

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертация на тема
"Метод на блуждаещите най-малки квадрати: Оценки, примери и приложения"
с автор инж. Цветелин Цветанов Цветков
за присвояване на образователната и научна степен "Доктор" по математика

I. Описание на съдържанието на дисертацията

Представената ми за рецензиране дисертация е написана в обем от 145 страници и в структурно отношение е разделена на 4 глави, Приложение и Библиография. Тя е посветена на изследване на метода на блуждаещите най-малки квадрати и неговото приложение за определяне на петановото число на нефтени деривати.

Методът на най-малките квадрати, както и неговото обобщение, методът на блуждаещите най-малки квадрати, са актуални и модерни подходи за апроксимация на съвкупности от данни.

В глава първа на дисертацията е представена теоретичната постановка на класическия метод на най-малките квадрати за определяне на минимума на сумите от квадратите на резидуалите на точната стойност на дадени данни и тяхното апроксимиране. Класическата задача е записана в матрична форма и е представен основният резултат за това, кога решението на линейната задача е единствено. Показани са преобразованията на Гаус за решаване на нормалната система на задачата на метода на най-малките квадрати, записана в матрична форма. Представени са три метода - QR -алгоритъма, SVD -алгоритъма и пертурбационния метод за декомпозиция на матрицата в матричната форма на метода на най-малките квадрати.

В тази глава е представена и теоретичната постановка на метода на блуждаещите най-малки квадрати. Представени са основните му компоненти, като теглова функция, обратна теглова функция, апроксимираща функция, блуждаеща средноквадратична грешка и други. Представени са условията (H2), които съществено се използват за доказване на някои основни резултати на дисертацията.

В глава втора е представен линейния метод на най-малките квадрати. За определяне на апроксимационната функция е използван метода на Лагранж за намиране на условен екстремум. Методът на най-малките квадрати е представен без тегла в нормирани пространства и в реално d -мерно пространство.

В глава трета е представен метода на блуждаещите най-малки квадрати за апроксимиране на дадени многомерни данни. Това е направено в параграф 3.1. Основната задача е формулирана в термините на линейни функционали в нормирани пространства. Представени са условията (H1), свързани с тегловата функция и функционалите, участващи в

метода на блуждаещите най-малки квадрати. В Теорема 3.1.1 е получената матрицата на апроксимацията и на коефициентите на апроксимация.

В параграф 3.2 е представен метода на блуждаещите най-малки квадрати в $\mathbb{R}^d$. Както и в предния параграф, тук са представени съответните условия (H2), а в Теорема 3.2.1 отново са получени матрицата и коефициентите на апроксимацията. В параграф 3.3, чрез представянето на два примера, е показана работата на метода на блуждаещите най-малки квадрати в $\mathbb{R}^d$.

В параграф 3.4 са показани някои свойства на матрицата на апроксимацията, като симетричност, граници на собствените стойности, граници на сингулярните стойности и други.

В параграф 3.6 са дадени оценки на нормата на матрицата на апроксимацията. В параграфите 3.7, 3.8, 3.9, 3.10 и 3.11 са разгледани някои класически апроксимации - на Backus-Gilbert, Shepard, McLain, апроксимация на експоненциалното разстояние и апроксимация на Levin.

В глава четвърта е разгледана задачата за определяне на петановото число на различни нефтени деривати в зависимост от дадени техни параметри. Разгледани са две задачи:

- (1) Апроксимация с изходни данни плътност и дистиляционна характеристика $T_{10\%}$;
- (2) Апроксимация с изходни данни плътност и дистиляционни характеристики $T_{10\%}$, $T_{50\%}$ и $T_{95\%}$.

За апроксимация на данни с плътност $T_{10\%}$ и $T_{50\%}$ са приложени метода на най-малките квадрати, Backus-Gilbert подхода и McLain подхода.

В Приложение А - Сингулярни стойности на матрица са представени някои добре известни резултати от матричната алгебра, като норма на матрица, собствени стойности и собствени вектори на матрица, сингулярни стойности, някои неравенства, свързани с горните понятия.

II. Автореферат към дисертацията

Авторефератът напълно съответства на съдържанието на дисертацията и отразява коректно получените резултати. Но намирам автореферата за много голям и претрупан с информация. При дисертация от 145 страници, авторефератът има 60 страници. В него има доказателства на някои факти, които са резултати на други автори, например такова е съдържанието на страници 9, 10 и други. Представени са някои забележки (например забележките 2.2, 2.3, 2.4 и 2.5), които за дисертацията имат своето значение, но са незначителни за съдържанието на автореферата.

III. Публикации на автора

Резултатите, представени в дисертацията са публикувани в две статии. Първата е в съавторство с научния ръководител на докторанта и е публикувана в списанието *Advances in Pure Mathematics*. Втората публикация е публикувана в списанието *Energy and Fuels*, което има импакт-фактор 3,091 и е от колектив от много автори, специалисти в областта на нефтената индустрия. Тъй като и двете статии са излезли 2015 г., то е имало достатъчно време по тях да се получат 12 цитирания. Те показват подчертания интерес на други автори към резултатите, получени в дисертацията.

IV. Забележки към дисертацията

От текста на дисертацията не е абсолютно ясно кои са резултатите, получени от докторанта и кои резултати са получени преди това от други автори. В края на дисертацията, докторантът е трябвало да направи списък с приносите на автора. С това, дисертацията е можела само да спечели.

V. Приноси на автора

Авторът на дисертацията има два вида приноси - научни и приложно-практични. Научните приноси на автора са представени в глава трета и са следните:

1.) Дефиниране на метода на блуждаещите най-малки квадрати в общ вид, където на локалната теглова функция W са наложени условията за неотрицателност и диференцируемост, линейните функционали $L_1, L_2, \dots, L_m$ са диференцируеми. При специален избор на тегловата функция W се получават някои класически апроксимации, като тези на експоненциалните тегла, Shepard теглата, McLain теглата и Levin теглата. Показан е видът на матрицата на този метод, която участва в конструкцията на апроксимацията по метода на блуждаещите най-малки квадрати;

2.) Анализирано е поведението на блуждаещата средноквадратична грешка;

3.) Дефиниране на метода на блуждаещите най-малки квадрати в $\mathbb{R}^d$. При представените условия (H2) е показан вида на матрицата на този метод;

4.) Показани са някои свойства на матрицата $D^{-1}E(E^t D^{-1}E)^{-1}$, които влияят на свойствата на апроксимацията $\hat{L}$;

5.) В Лема 3.4.2, при дадените условия (H2), са показани редица свойства, като симетричност и положителна семи-дефинитност на матрицата на апроксимацията на метода на блуждаещите най-малки квадрати. Показано е и разпределението на собствените стойности на матрицата $A_1 D^{-1}$;

6.) В Теорема 3.10.1, при дадените условия (H2), е показана монотонността на функцията $\|\mathbf{a}(\alpha, \mathbf{x})\|$, където $\mathbf{a}(\alpha, \mathbf{x})$ е векторът от коефициентите на апроксимацията на метода на блуждаещите най-малки квадрати, по отношение на първия аргумент α .

7.) Приложение на метода на блуждаещите най-малки квадрати за определяне на цетановото число на нефтени деривати. Това е един практико-приложен принос на автора, който го намирам за много съществен. Той директно свързва теоретичните приноси на автора на дисертацията с практиката, свързана с нефтената индустрия.

VI. Заключение

Получените теоретични и практически резултати в дисертационния труд са достатъчно основание на инж. Цветелин Цветанов Цветков да се присвои образователната и научна степен "Доктор" по математика.

21. 05. 2018 г.
Благоевград

Рецензент:
/Доц. д-р Васил Грозданов/