

РЕЦЕНЗИЯ

от доц. дмн **Иванка Миткова Желева**
от Русенски университет „Ангел Кънчев“

на материалите, представени за защита на дисертационен труд на тема

„НЕЛИНЕЙНИ И АНОМАЛНИ ПРИЛОЖНИ ДИФУЗИОННИ МОДЕЛИ: Приблизени решения, анализ, синтез и примери“

за придобиване на научна степен **„доктор на науките“** по научна специалност
5.10. Химични технологии
(Процеси и апарати в химичната и биохимичната технология)

на проф. д-р ЙОРДАН ЯНКОВ ХРИСТОВ
от КАТЕДРА „ИНЖЕНЕРНА ХИМИЯ “
ФАКУЛТЕТ ПО ХИМИЧНО И СИСТЕМНО ИНЖЕНЕРСТВО
ХИМИКОТЕХНОЛОГИЧЕН И МЕТАЛУРГИЧЕН УНИВЕРСИТЕТ

Със писмо Изх. № НД-20-40 от 28.03.2018 г. на Ректора на ХТМУ съм уведомена, че съм определена за член на научното жури за обсъждане на дисертационен труд на тема **НЕЛИНЕЙНИ И АНОМАЛНИ ПРИЛОЖНИ ДИФУЗИОННИ МОДЕЛИ: Приблизени решения, анализ, синтез и примери** за придобиване на научна степен **„доктор на науките“** по научна специалност **5.10. Химични технологии (Процеси и апарати в химичната и биохимичната технология)** от проф. д-р **ЙОРДАН ЯНКОВ ХРИСТОВ** от ХТМУ. На първото заседание на журито бях определена да изготвя рецензия за дисертационния труд

Представеният от проф. Йордан Христов комплект материали на хартиен и електронен носител е в съответствие с изискванията на Правилника за развитие на академичния състав на ХТМУ.

Изразявам своята благодарност към дисертанта за акуратната подготовка на документите си, което в значителна степен облекчи работата ми като член на научното жури.

2. Кратки биографични данни и характеристика на научните интереси на кандидата

Йордан Янков Христов е роден на 07.09. 1954 в гр, Дупница През 1979 г. той завършва висше образование (магистър) в Технически Университет - София със специалност Електроинженер. През 1994 г. защитава дисертация на тема “Флуидизация с газ на феромагнитни насипни материали във външно магнитно поле” в ХТМУ и получава научната степен Кандидат на техническите науки (сега доктор) по специалността Химични технологии. От 1979 г. досега последователно е заемал следните позиции в катедра Инженерна химия на ХТМУ: **Инженер** (1979-1981), **Научен сътрудник** : (1981-1989), **Асистент** (1989-1992), **Главен асистент** (1992-1998), **Доцент** (1998-2014) и **Професор** (от 2014 – до сега). Водил е лекции и упражнения по следните дисциплини **Процеси и апарати, Преносни процеси; Математическо моделиране и мащабни преходи, Биореакторна техника, Процеси и апарати - 2** (Механични и хидромеханични процеси), **Производствена безопасност**. Създал е учебни програми по следните дисциплини за обучение за ОКС бакалавър в ХТМУ и в Технически университет - Габрово - **Процеси и**

апарати – II част (Механични и хидродинамични процеси), Процеси и апарати, Производствена безопасност, Горене и Горивна Техника.

Специализирал е в Department of Chemical Engineering, UPC, Barcelona, Spain (TEMPUS project JEP 2630) - 1992. Заемал е изследователска позиция в Политехнически университет – Барселона, ИСПАНИЯ за периода Януари – Юни 2002 Бил е гост-професор в следните образователни или научни институции

- Centre for Studies on Risk Technologies (CERTEC) в Политехнически университет – Барселона, ИСПАНИЯ, Септември - Декември, 2000
- Centre for Studies on Risk Technologies (CERTEC), в Политехнически университет – Барселона, ИСПАНИЯ, Юли - Декември,
- Laboratoire de Risque Chimique et des Procédés, INSA-Rouen, Франция, Юни-Юли, 2004
- Университет - Савоя, Франция, Юни-Юли, 2005
- Университет – Севиля, Испания, Септември 2007- Януари 2008
- Държавен университет на Северна Флуминенсия, Рио де Жанейро, Бразилия, Юни - Август, 2009
- Държавен университет на Северна Флуминенсия, Рио де Жанейро, Бразилия, Юни - Август, 2010
- Югоизточен университет и Нанжин Университет за наука и технологии, Нанжин, Китай, Ноември-Декември 2010
- Институт по процесно инженерство, Китайска академия на науките, Бейжин, Китай, Октомври – Декември 2010
- Университет – Нанси, Технологичен институт, Франция, Ноември, 2015

Проф. Христов е научен ръководител на повече от 23 дипломни работи на студенти от България и чужбина. Ръководил е общо 6 докторанти, от които 4 вече са успешно защитили.

Проф. Христов има над 172 научни публикации с над 1200 цитирания. Информацията от основни бази за индексирание на научна информация за проф. Христов към Февруари, 2018 е:

- SCOPUS: h-index = 21, базиран на 76 регистрирани документа (1990- 2018)
- ISI Thomson Reuters: h-index = 16, базиран на 73 регистрирани документа (1990- 2018)

Проф. Христов е Главен редактор на две международни научни списания **International Review of Chemical Engineering - Rapid Communications** (от 2009 до сега), **Praise Worthy Prize** <http://www.praiseworthyprize.com/ireche.htm> и на **International Journal on Advanced Materials And Technologies** (от 2012-досега), **Praise Worthy Prize** <http://www.praiseworthyprize.com/ireamt.htm>. Член е на редколегиите на 8 международни научни списания **Bio-Magnetic Research and Technology** (2002-2008), **Thermal Science** – (от 2003 - до сега) <http://thermalscience.vinca.rs/>, **Particuology** – 2004-2011 и от 2012 - present (second term) ISI indexed journal <http://www.journals.elsevier.com/particuology/editorial-board/> **Hacettepe Journal of biology and Chemistry** (om 2007 – до сега) ISI indexed journal <http://www.hjbc.hacettepe.edu.tr/page/editorial-board>, **Communications to Fractional Calculus** (2012-2014) (Asian Academic Publisher Ltd., Hong Kong, China) (ISSN 2218-3892) http://www.nonlinearscience.com/journal_2218-3892.php, **British Journal of Engineering and Technology** (<http://www.bjet.baar.org.uk/Editorial-Board.html>), от 2012 до сега, **Progress in Fractional Differentiation and applications** <http://www.naturalspublishing.com/show.asp?JorID=48&pgid=219> (от 2016 до сега), **Fractal and Fractional** (от 2017 до сега) <http://www.mdpi.com/journal/fractalfract/editors>. Бил е гост-редактор в 14 научни международни списания, а рецензент в 21. Проф. Христов е бил редактор и на два Сборника от конференции (Proceedings) – "TRANSPORT PHENOMENA IN TWO-PHASE FLOW" – Proceedings of internal workshop, Co-editor Christo Boyadjiev; issues 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005 и "TRANSPORT PHENOMENA IN SCIENCE AND

TECHNOLOGY-2005", volume 2. Proceedings of 5th Symposium of SEEC, Sunny Beach, 2005, Sept. 10-15, 2005-09-05.

Проф. Христов е участвал в 12 НАУЧНИ ПРОЕКТИ, финансирани от Фонда за Научни Изследвания на България за периода след 1987 г. като на един от тези проекти е бил ръководител на работния колектив. Участвал е също в 5 научни проекта, финансирани от Фонда за научни изследвания на ХТМУ, както и в един стопански договор по НИС на ХТМУ.

Той членува в Съюза на учените в България, секция МЕХАНИКА от 2001 до сега и в European Federation of Chemical Engineering (EFCE) - Working part "Mechanics of Particulate Solids" от Февруари 2009 до сега като Делегат за България. Участва активно в следните продължаващи научни събития *Permanent International Workshop on Transport phenomena in two-phase flows* като Научен секретар и Редактор на Proceedings – от 1996 до сега, *East-South Agreement on Fluidized beds in Energy Production, Chemical and Process Engineering and Ecology* – established 1998. Включва 28 Университета и научни лаборатории от Югоизточна Европа – Гърция, Турция, Румъния, България и др. като член на Изпълнителния комитет (1998-2006), представител на България (1998-2006) и член на Научния комитет (1998-2006). Поддържа активно научно сътрудничество със седем чуждестранни лаборатории и научни центрове. Изнесъл е повече от 15 лекции по покана в различни научни институти или университети.

Получил е **Национална награда за високи научни постижения на Съюза на Учените в България за 2004 г., Специална награда на Китайската академия на науките за 2010 г., както и заслужил гост – професор (Distinguished Professor) на Китайската академия на науките за 2011 г.**

Бил е рецензент на 1 дисертация в България, 1 в Армения, 2 в Индия, 1 в Испания и на кандидати за заемане на академични длъжности – 1 в Израел и 1 в Обединените Арабски Емирства.

Проф. Христов говори свободно Английски и Руски език, а Испански език (Castellano) ползва на добро ниво.

2. Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите

2.1. Актуалност на изследванията

Както е известно, във всеобхватната област на Химичното Инженерство сега съществуват няколко основни направления, а именно:

- ✚ Единични Операции (Unit Operations)
- ✚ Преносни Процеси (Transport Phenomena)
- ✚ Математическо Моделиране (Mathematical Modelling)
- ✚ Системно инженерство (Process System Engineering)

В тези научни области се формират Фундаменталните знания за процесите, свързани с всички елементарни химически операции и преди всичко с механизмите на пренос на импулс (количество движение), маса и енергия, както и тяхното взаимодействие помежду им и в сложни химико-технологични системи. Математическото моделиране и приложенията на математиката в почти всички области на съвременната наука и в частност при изследванията на химичните технологии се разширяват все повече. Прилагането на математически модели в науката и химичните технологии е **много актуално** и предоставя важни инструменти за изучаване, експериментиране, симулиране и насочване на експеримента, за откриване на съществени черти и свойства на явления и процеси, за проверка на теории в практиката, за създаване на нови изделия и др. С помощта на математическото моделиране и компютърно симулиране значително се съкращават цената и времето за проектиране и се пести висококвалифициран човешки труд.

Тази дисертация разглежда Математически модели на Преносни Процеси, свързани с нелинейна и аномална дифузия (със или без ефекти на памет).

В дисертацията се разглеждат добре дефинирани класове от дифузионни модели, широко използвани в инженерната практика. Едномерните модели на нелинейна или аномална дифузия са свързани преди всичко с проблеми на нестационарна топлопроводност с използване на локални (от цял порядък) производни, а също така и на субдифузионни и супердифузионни проблеми, използващи нелокални по време и пространство производни със сингулярна памет. Специално внимание е обърнато на дифузионни модели, получени с наскоро предложения интегрален оператор на Caputo-Fabrizio, използващ експоненциална несингулярна памет. Накрая, специално са разгледани конкретни примери, при които разработените технологии за намиране на решения се прилагат директно.

Основната цел на проведените изследвания в дисертационния труд е развитието на приближени аналитични решения в затворена форма, с директна приложимост в инженерната практика, и позволяващи да се установят явни зависимости между основните параметри, контролиращи моделираните дифузионни процеси.

От направения в дисертацията литературен обзор и анализ на състоянието на дифузионните модели е заключено, че в научен и научно-приложен аспект стоят редица актуални задачи, свързани с тях. На базата на това може да се заключи, че **темата на дисертационния труд е актуална.**

Решенията в дисертацията задачи също са АКТУАЛНИ, а някои от получените резултати са нови за науката.

Дисертантът демонстрира ВИСОКА степен на познаване състоянието на проблема и творчески интерпретира и развива литературния материал.

2.2.Характеристика и оценка на дисертационния труд и резултатите и техните приноси

Дисертацията е написана на 756 страници. Съдържанието ѝ е разпределено в четири големи части **1, 2, 3, 4 според типа на диференциалните оператори, използвани за моделиране на дифузионни процеси** и две допълнителни **Част А и Част В.**

В **Част А** е дадена информация, необходима за представянето на основните глави на дисертацията. Представени са накратко проблемите на нелинейната и аномална дифузия. Разгледани са основни дефиниции на класическото дробно-диференциално смятане, релаксационни ядра, принцип на изчезваща памет и примери, свързани с реологични проблеми, довели до широкото използване на дробните модели.

Основното съдържание на дисертацията е в четирите части, всяка от които е структурирана в няколко глави.

Основните резултати на изследванията, представени в **Част 1** са свързани с интегрални решения на дифузионни модели (нестационарна топлопроводност) с нелинейни дифузионни коефициенти. В тази част изследванията са разделени в 7 глави. Във всяка от тези глави е показано как за разглеждания тип дифузионни уравнения могат да бъдат получени приближени аналитични решения в затворена форма, чрез директно прилагане на интегралния метод, без предварителна линеаризация на изходното уравнение.

ОСНОВНИТЕ РЕЗУЛТАТИ, получени в Част 1 могат да се структурират както следва.

В Глава 1.1 е представен първият успешен опит за решаване на дегенериращо дифузионно уравнение на нестационарна топлопроводност със степенен закон на изменение на коефициента на топлинна дифузия чрез интегрален метод. Решението, получено чрез метода с просто интегриране, използва смяна на променливите и трансформация на изходния модел в уравнение на топлинна вълна.

В Глава 1.2 е представен първият успешен опит за решение на дегенериращо дифузионно уравнение на нестационарна топлопроводност, със степенен закон на

изменение на коефициента на топлинна дифузия, чрез директно прилагане на интегрален метод. За получаване на решението тук е приложена трансформацията на нелинейния дифузионен член на моделното уравнение, което прави възможно използването на метода с двойно интегриране в неговата класическа форма (използвана от Волков и Mitchell and Myers), познат като **Refined integral method (RIM)**.

В Глава 1.3 за решаване на задачата за нестационарна топлопроводност с коефициент на топлинна дифузия, линейно-зависещ от температурата е използван интегралния метод. Използвана е същата технология за трансформиране на дифузионния член, както в Глава 1.2. Тук, за разлика от Глава 1.2, е използвана **нова модификация** на метода с двойно интегриране, позволяваща прилагането на интегралния метод, което го прави приложим както при локални така и при нелокални (дробни по време) производни. Дискутиран е проблемът с предварителното мащабиране на дифузионния коефициент и за този случай е получено интегрално решение чрез смяна на променливите. Получените аналитични решения са сравнени с числени решения и са тествани с параметри на реални материали.

Глава 1.4 е продължение на Глава 1.3, при което функционалната зависимост на дифузионния коефициент (топлинна дифузия) от температурата е потенциално-степенна.

В Глава 1.5 се предлага един алтернативен подход за решение на нестационарна топлопроводност чрез използване на второ уравнение от дробен порядък $1/2$. Този подход позволява да се избегне основният недостатък на метода с просто интегриране, а именно градиента на границата да се изчислява чрез апроксимиращия профил.

Глава 1.6 представя **иновативен подход** - метод с многократно интегриране, който е приложим за дифузионни уравнения от висок ред (висок порядък на производната на дифузионния член). Методът е демонстриран с решение на модела на Mullins за термично набраздяване на повърхности чрез механизъм на повърхностна дифузия. **Това, на практика, е развитие на интегралния метод към дифузионни уравнения от по-висок ред.**

Глава 1.7 представя интегрално решение на нелинейното уравнение на Mullins за термично набраздяване на повърхности чрез механизъм на изпарение-кондензация. Показана е възможност за прилагане на метода с двойно интегриране, след предварителна трансформация на Broadbridge. **Това е първият известен, за сега, опит за интегрално решение на този модел.**

Основните резултати от изследванията в Част 2 са представени в 8 глави и са свързани с получаването на приближени решения на линейни и нелинейни субдифузионни и супердифузионни модели чрез метода на интегралния баланс. Направен е **нов извод** на известното уравнение на Ward-Tordai за адсорбция на сърфактанти, изцяло с апарата на дробното диференциално смятане.

Глава 2.1 отразява първата публикувана статия, показваща как метод на интегралния баланс може да се прилага към модели, съдържащи интегрални със сингулярна памет.

Глава 2.2 ясно показва, че методът на интегралния баланс, използващ техниката на двойно интегриране, е напълно приложим при решаване на линейното субдифузионно уравнение, както с производна на Riemann-Liouville така и с производна на Caputo. Показани и дискутирани са няколко подхода за определяне на оптималните експоненти на приближените решения, които са сравнени с точните решения на Mainardi.

Идеята, представена в Глава 2.2 се развива в Глава 2.3. Получено е **приближено аналитично решение на нелинейно дегенериращо субдифузионно уравнение**. Изяснено е влиянието на параметъра на дробния порядък и степенния коефициент на дифузионния коефициент. Като следствие се изяснява конкурентното въздействие на субдифузията и дегенериращото дифузионно поведение върху развитието на приближените решения.

Глава 2.4 представя приближено интегрално решение на дробно по времето дифузионно уравнение, от порядък $0 < \mu < 1$, с коефициент, зависещ от времето по степенен закон $D(t) = D_0 t^\beta$, където $0 < \beta < 1$. Формата на полученото решение, разпространяващо се в полу-безкрайна среда е оценено чрез анализ на втория момент, позволява да се заключи, че в зависимост от стойността на сумата $(\mu + \beta)$ уравнението моделира субдифузионен пренос ($\mu + \beta < 1$), супердифузионен пренос ($\mu + \beta > 1$) или Гаусова (нормална) дифузия за $(\mu + \beta = 1)$. Резултатът, получен тук, потвърждава основния резултат на Fa and Lenzi, че при субдифузионен пренос времето за първо преминаване е безкрайно.

Глава 2.5 представя приближени аналитични решения на нестационарно дифузионно уравнение с дробна по време пространствена производна на Riemann–Liouville в полубезкрайна област, в случая на задача на Дирихле. Използван е интегрален метод с две основни техники на интегриране **метод с просто (еднократно) интегриране (NBIM) и метод с двойно интегриране (DIM)** и концепцията за крайна дълбочина на проникване на дифузанта.

Глава 2.6 представя приближено аналитично решение за задача с начално условие и дробна по пространство производна на Riemann–Liouville. Пространствената корелация на дифузионния коефициент е представена със степенна функция и се дискутира нейното отношение към възможните режими на бърза и бавна пространствена супердифузия. Основният извод от решенията е, че временното развитие на фронта на решението е по закона $t^{1/(\beta-\alpha)}$ и дълбочината на проникване на дифузанта се контролира от разликата $(\beta - \alpha)$. Средноквадратичното преместване е $\langle x^2 \rangle \equiv \delta^2 \equiv t^{2/(\beta-\alpha)}$. Този факт и анализът на поведението на приближените решения позволяват да се оцени ефекта на разликата $(\beta - \alpha)$ върху реда на подреждане на разпределенията (приближени решения) и моделираните транспортни режими.

В Глава 2.7 се разглежда приближено аналитично решение на задача с начални условия в случай на пространствено-дробен диференциален дифузен модел чрез синергетична комбинация на интегрален метод и метод на най-малките квадрати. Полученото решение ясно демонстрира, че реципрочната стойност на разликата между дробния порядък β и пространствената експонента на дифузионния коефициент α , контролира дифузионния процес и определя преходите от субдифузионен към супердифузионен механизъм на пренос. Оптималната експонента на приближения профил е практически независима от пространствената експонента на дифузионния коефициент α , но намалява с нарастване на дробния порядък β , като демонстрира почти линейна зависимост. Потенциално степенната функционална зависимост на дифузионния коефициент от пространствената координата, предложен в тази работа, позволява да се дефинира **дробно число на Фурие**. Това позволява да се види ефекта на дробното число на Фурие и развитието на решението за малки, умерени и големи времена.

В Глава 2.8 е показан напълно нов извод да уравнението на Ward-Tordai за адсорбция на сърфактанти, изцяло с апарата на дробното диференциално смятане. Основният резултат е формулирането на унифицирано нелинейно дробно диференциално уравнение от порядък $1/2$ моделиращо адсорбция на сърфактанти в режим на дифузионен контрол.

Основните резултати на изследванията представени в **Част 3** са структурирани в 7 глави, свързани с изводи на дифузионни модели с несингулярна (експоненциална) памет, където демфирацият ефект е представен чрез интегрален оператор на Caputo-Fabrizio. Показано е как този дробен интегрален оператор възниква чрез конститутивно уравнение *поток-градиент*, използващо постановката (концепция) на Cattaneo, чрез интеграл с експоненциална памет.

В Глава 3.1 се представя обобщение на съществуващата информация относно дробните оператори с несингулярни ядра, предложени от Caputo и Fabrizio през 2015 г. Тази идея напоследък привлече вниманието на изследователите и текста обхваща последователно развитието на идеята и появата на нови дробни оператори (производни) както от тип Riemann–Liouville така и производни на Atangana-Baleanu с ядра, представени чрез функцията на Mittag-Leffler. Това обобщение е ценно и с това, че представя информацията и терминологията на тази нова област в науката на български език.

В Глава 3.2 е направен първият извод на уравнение за нестационарна дифузия чрез ядро на Jeffrey, показващо естествено възникване на демпфиращ член с интегрален оператор, съвпадащ с формулировката на Caputo-Fabrizio.

В Глава 3.3 са формулирани **модел с пространствена памет и пространствен интегрален оператор** (понякога наричан механично *производна*) с **експоненциално ядро**, от тип Caputo, и са представени аналитични решения за случай на стационарна дифузия. Дефинирана е връзка между геометричния размер на участъка с пространствена памет и дробния параметър на интегралния оператор.

В Глава 3.4 е направен извод на **дробно-диференциален модел на Додсън** чрез конститутивен подход свързващ потока и градиента, посредством интеграл с експоненциална памет, в постановка на Cattaneo. Формулиран е дифузионен модел със сложна памет, включваща едновременно релаксационни ефекти за големи и малки времена. Дефинирана е функционалната връзка между дробния параметър и дифузионното число на Deborah.

В Глава 3.5 е анализиран **проблемът с формалната фракционализация на дифузионното уравнение** и възникващите противоречия, когато производната по времето в класическия модел на Фурие (Фик) се замени формално с оператора (по време) на Caputo-Fabrizio, приеман условно за дробна производна.

В Глава 3.6 е направен анализ на **основния проблем: какъв тип памет се моделира чрез експоненциалното ядро използвано в оператора на Caputo-Fabrizio?** Използван е обобщеният модел на разтеглената експоненциална функция на Kohlrausch.

Глава 3.7 представя **модели на реални проблеми, където експоненциалната релаксационна функция е получена експериментално или в резултат на развитие на модел**. Това дава основание за по-нататъшно развитие на този тип модели, чрез нови формулировки, използващи интегралния оператор на Caputo-Fabrizio.

Последната **ЧАСТ 4** е колекция от решенията на 6 приложни практически важни дифузионни задачи, представени в 6 отделни глави, където техниките, развити в предхождащите части и глави се прилагат успешно. За по-добро и удобно четене на тази колекция от резултати е представена схема, позволяваща лесно да се установят връзките между отделните части и глави и решените примери в **Част 4. Получените приближени решения на важни в технологично отношение примери с различни видове нелинейност релаксации, моделирани с оператори с памет, позволяват да се формулират следните основни резултати и научни приноси.**

В **Глава 4.1** са получени приближени интегрални решения на нелинейното дифузионно уравнение на Додсън, както от цял порядък, така и на формално фракционализирани му версии. Като добър пример от това изследване, е фактът, че е възможно решение чрез автомоделна променлива (similarity solution) след начална нелинейна трансформация.

Всъщност, това са **първите получени до сега решения**, при които временната еволюция на фронта на дифузия може да се изрази в явен вид. Използването на оператора на Caputo-Fabrizio позволява да се получи формално фракционализиран модел и прилагайки метода на интегралния баланс директно да се генерира не-Болцманова автомоделна променлива, която инкорпорира дифузионния коефициент и скоростната константа (реципрочна на дефинираното релаксационно време τ).

Тъй като уравнението на Додсън е конституирано да предсказва крайната дълбочина на проникване на дифузионния слой, то с използване на производната на Caputo-Fabrizio, се получават резултати в явен вид и физически адекватни. Още повече,

това решение позволява директно дробният порядък на фракционализираното уравнение да се свърже с физически дефинираната скоростна константа (реципрочна на релаксационното време).

В Глава 4.2 е решена първата задача на Стокс, за модели от цял и дробен порядък, за флуид на Casson с използване на различни видове дробни (по време) производни. Направен е критичен анализ на използваните до този момент модели и са проведени експериментни чрез формална фракционализация и дефиниране на конститутивни уравнения. Приближените решения са получени чрез интегрален метод и параболичен апроксимиращ профил с недефинирана експонента. Дискутиран е проблемът с коректната фракционализация на моделните уравнения. Получени са приближени решения за случаите на модели от цял порядък и дробно-диференциални аналози и е анализирана физическата адекватност на резултатите.

Глава 4.3 представя решение на първата задача на Стокс чрез метод на двойно интегриране, когато релаксацията се моделира със смесена производна по време-пространство. Разгледани са два основни случая: модел от цял порядък и дробно-диференциален модел. За модел, върху който е показана ефективността на DIM е уравнението на ненютонов флуид от втори клас (ред)(second-grade fluid). Този подход позволява за се получи физически ясно решение, с добре дефинирани автомоделни променливи, отчитащи както Нютоновите така и Ненютоновите ефекти на нестационарното решение. По-точно, решението показва, че течението се контролира от две безразмерни променливи: Болцманова автомоделна променлива, отразяваща вискозното поведение на флуида и число на Deborah, свързано с еластичните ефекти. Показано е, че числото на Deborah е независима променлива, контролираща течението, защото при първата задача на Стокс отсъства мащаб за дължина, позволяващ да се дефинира характеристично време на процеса.

В Глава 4.4 са получени явни приближени решения в затворена форма на радиационното дифузионно уравнение чрез прилагане на метод на интегралния баланс с двойно интегриране. Решени са проблеми, свързани със скок в повърхностната температура и променящи се във времето гранични условия. Експонентата на апроксимиращия профил и грешката на апроксимация се определят директно чрез минимизация на остатъчната функция на моделното уравнение.

Глава 4.5 разглежда дробно-диференциален модел от 4-ти порядък на повърхностна дифузия (субдифузия) като вариант на уравнението на Mullins. Получено е приближено интегрално решение чрез метода с многократно интегриране (MIM) предложен от автора в **Глава 1.7**. Методът позволява да се реши приближено субдифузионното уравнение с висок порядък на дифузионния член и дава възможност да се види физическата адекватност на получените резултати чрез оценка на решенията относно ширината и дълбочината на браздата и влиянието на дробния параметър върху развитието на процеса на повърхностна дифузия.

Глава 4.6 представя ново интегрално решение на задача, свързана с кинетиката на дифузионно контролирана адсорбция (дифузионен контрол в макропорите на адсорбента) и моделирана чрез квадратична нелинейност на Fujita, която води до правоъгълни изотерми на Лангмюр. Новото приближено решение използва концепцията за крайно дълбочина на проникване на дифузанта и практически правоъгълна форма на концентрационния профил. Решението използва апроксимиращ параболичен профил с недефинирана експонента. Анализът на решението позволява да се определи оптималната експонента на апроксимиращия профил като функция на нелинейния параметър на концентрационната зависимост на Fujita. Получени са ефективни приближени решения на модела формулиран от Ruthven. Получените резултати са сравнени с известните аналитични решения от литературата и експериментални резултати на Ruthven.

Всяка от частите 1 – 4 завършва с обобщени изводи и приноси.

3. Оценка за съответствие на автореферата и дисертационния труд

Дисертационният труд е представен в автореферат, който е с обем от 313 страници. В началото на автореферата е направена обща характеристика на дисертационния труд, посочени са приносите му, последвани от списък с публикациите на автора по темата на дисертацията.

Съдържанието на автореферата съответства на съдържанието на дисертационния труд.

Оценката ми за автореферата е, че той отговаря на общоприетите изисквания и отразява вярно съдържанието и приносите на дисертационния труд.

4. ХАРАКТЕРИСТИКА И ОЦЕНКА НА ПРИНОСИТЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

ОСНОВНИ ПРИНОСИ на дисертацията са

от Част 1

1. Получени са приближени интегрални решения на нестационарна топлопроводност със степенен закон на изменение на дифузионния коефициент (дегенериращо дифузионно уравнение) (**Глава 1.1** и **Глава 1.2**)

2. Получени са приближени интегрални решения на нестационарна топлопроводност с линейна (**Глава 1.3**) и потенциално-степенна (**Глава 1.4**) зависимост на топлинния дифузионен коефициент от температурата чрез подобрена версия на интегралния метод наречена метод с двойно интегриране (Double Integration Method, **DIM**), която се различава от подобрения метод на Волков и Mitchell-Myers (известен като Refined Integral Method, RIM) и даваща възможност да се работи както с локални така и с нелокални производни по време.

3. Предложен е иновативен подход, наречен **метод с многократно интегриране (MIM)**, който е приложим за дифузионни уравнения от висок ред (висок порядък на производната на дифузионни член) (**Глава 1.6**). Показано е, че метода на просто интегриране и метода с двойно интегриране (**DIM**) са частни случаи на метода с многократно интегриране.

4. Получено е приближено интегрално решение на нелинейното уравнение на Mullins за термично набраздяване на повърхности чрез механизъм на изпарение-кондензация (**Глава 1.7**).

от Част 2

1. Получени са приближени интегрални решения на субдифузионни уравнения с постоянен (**Глава 2.2**), степенен (**Глава 2.3**) и зависещ от времето (**Глава 2.4**) дифузионен коефициент.

2. Получени са приближени интегрални решения на супердифузионни уравнения с постоянен (**Глава 2.5**), степенен (**Глава 2.6**) и потенциално степенен (**Глава 2.7**) дифузионен коефициент.

3. Направен е нов извод на Ward-Tordai е формулирано унифицирано нелинейно дробно диференциално уравнение от порядък $1/2$, моделиращо адсорбция на сърфактанти в режим на дифузионен контрол (**Глава 2.8**).

от Част 3

1. Направени са изводи на едномерни дифузионни модели с временна (**Глава 3.2**) и пространствена (**Глава 3.3**) памет използвайки конститутивен подход на Cattaneo с експоненциална памет по време и пространство, съответно.

2. Показано е как интегралният оператор на Caputo-Fabrizio възниква естествено под формата на демпфиращ член в дифузионно уравнение (**Глава 3.2** и **Глава 3.3**).

3. Получени са аналитични решения за случай на стационарна дифузия с пространствена експоненциална памет (**Глава 3.3**).

4. Направен е нов извод на дробно-диференциален модел на Додсън, чрез конститутивен подход свързващ потока и градиента, чрез интеграл с експоненциална памет (**Глава 3.4**). Показано е, че този обобщен модел се редуцира до известното уравнение на Додсън при големи времена на релаксация.

5. Дефинирана е функционалната връзка между дробния параметър на интегралния оператор с физичните параметри характеризиращи дифузията в средата: връзка на дробния параметър с дифузионното число на Deborah (**Глава 3.4**) и геометричната характеристика за зоната с пространствена памет (**Глава 3.3**).

от 4 част

1. Получени са приближени интегрални решения на практически важни задачи свързани с технологични процеси: Уравнение на Додсън за дифузия в твърди материали (**Глава 4.1**), нестационарно течение на ненютонов флуид (**Глава 4.3**), радиационно дифузионно уравнение (**Глава 4.4**), субдифузионно уравнение на повърхностна дифузия свързано с процеса на термично набраздяване (**Глава 4.5**).

2. Получено е ново решение свързано с кинетиката на дифузионно контролирана (в макропорите) адсорбция, съгласно модела на Ruthven с квадратична нелинейност на Fujita (**Глава 4.6**).

3. Дискутиран е проблемът с формалната фракционализация на моделните уравнения и физическата адекватност на този подход чрез първа задача на Стокс за флуид на Casson (**Глава 4.2**).

За да бъде улеснен анализът на проведените изследвания и да се открият ясно научните приноси, в дисертацията след всяка част, обединяваща група изследвания, е направена рекапитулация с очертаване на основните резултати и приноси. В **Част В**, която е организирана на края на дисертацията, се разглеждат в кондензиран вид основните резултати от изследванията и свързаните с тях научни приноси. **В Част В е представен обобщен анализ на получените резултати в четири основни направления, а именно:**

- **Приложения на интегралния метод към нелинейни и аномални дифузионни модели с локални и нелокални производни и развитие на негови модификации.**
- **Извод (синтез) на дифузионни модели на физични процеси с памет.**
- **Анализ на дифузионни модели с нелокална (сингулярна и несингулярна памет)**
- **Получаване на приближени решения на практически важни задачи.**

В тези направления са формулирани и основните приноси от изследванията, включени в дисертацията. Дългогодишният опит на проф. Христов като редактор на множество международни научни издания, очевидно му е помогнал да представи резултатите и приносите от дисертацията си толкова ясно, задълбочено и много подробно, че предизвиква адмирации

Приемам изцяло всички научни и научно-приложни приноси на дисертацията като ги оценявам много високо.

5. Мнение за публикациите на дисертанта по темата на дисертационния труд

Представените по дисертацията публикации са **27**, от които **6 са глави от книги** (публикувани или под печат от De Gruyter, Bentham и Springer), **16 са статии в списания с импакт фактор**, една статия е в списание с **SJR (SCOPUS)** и **4 статии са в международни реферирани списания**

По същество всяка от частите на дисертационния труд би могла да представлява отделна монография.

По-голямата част от тези публикации са самостоятелни. Това доказва, че дисертационният труд е лично дело на автора – проф. д-р Йордан Христов

Публикациите по дисертационния труд са цитирани досега 174 пъти.

Формалните условия за присъждане на научната степен „доктор на науките“ са описани в чл. 20 на Правилника на ХТМУ и са: дисертационният труд трябва да има монографичен характер и да се основава най-малко на 10 научни публикации в специализирани научни издания, от които най-малко 5 в списания с импакт-фактор и да са цитирани поне 15 пъти.

Дисертационният труд на проф. д-р Йордан Христов изпълнява и многократно надхвърля тези изисквания.

6. Критични забележки и препоръки

Нямам съществени критични бележки.

Препоръчвам съдържанието на дисертационния труд да бъде публикувано под формата на няколко монографии и на български език, за да се обогати съвременната научна литература в областта на химичните технологии. Това би било много полезно и поради факта, че математическите модели на дифузионни процеси се прилагат успешно в съвременната наука и практика не само в „традиционните“ области като химичните, компютърните и информационните технологии, а и в на пръв поглед „далечни“ области като маркетинг, управление, психология, комуникации и др.

7. Лични впечатления за дисертанта

Познавам проф. Христов от години и адмирам неговите резултати представящи не само университета, но и страната на международни научни форуми.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд на проф. д-р Йордан Янков Христов на тема „**НЕЛИНЕЙНИ И АНОМАЛНИ ПРИЛОЖНИ ДИФУЗИОННИ МОДЕЛИ: Приближени решения, анализ, синтез и примери**“ е много актуален и напълно се вписва в научната специалност **5.10. Химични технологии (Процеси и апарати в химичната и биохимичната технология)**.

Получените резултати в него отговарят и многократно надхвърлят препоръчителните изисквания на ЗРАСПБ, на Правилника за приложението му и на ХТМУ за придобиване на образователната и научна степен „доктор на науките“.

Считам, че представеният дисертационен труд е отличен атестат не само за автора му проф. Йордан Христов, а и за катедрата, факултета и университета, в който той работи. Основните публикации на проф. Христов, които са в основата на дисертационния труд, са предизвикали голям интерес в световната научна общност, съдейки по многобройните им цитирания. Това прави този дисертационен труд постижение за българската наука.

Имайки предвид гореизложеното, изразявам моята **висока и положителна оценка** за дисертационния труд и убедено предлагам на уважаемото научно жури да присъди на проф. д-р **Йордан Янков Христов** научната степен „ДОКТОР НА НАУКИТЕ“ по научна специалност **5.10. Химични технологии (Процеси и апарати в химичната и биохимичната технология)**.

30. 05.2018 г.

Изготвил

(доц. дмн Иванка М. ЖЕЛЕВА)