

РЕЦЕНЗИЯ

от проф. дмн Андрей Борисов Андреев

На дисертационния труд

„Математическо моделиране и оптимизация на прекъснати процеси”

**За придобиване на научна степен „Доктор на науките” по
професионално направление 4.5 „Математика”**

(Математическо моделиране и приложение на математиката”

Автор: проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев,

Химико-технологичен и металургичен университет – София

1. Актуалност на темата

Предмет на рецензията дисертационен труд е изучаването на качествената теория и моделиране на реални процеси чрез класове от нелинейни обикновени диференциални уравнения от първи ред. Най-съществена особеност на тези диференциални уравнения е наличието на мигновени външни въздействия под формата на импулси. Математическото описание на тези импулсни въздействия може да се извърши или чрез използване на обобщени функции, или като се изучава изменение на решението в момента на въздействието (импулсен момент). В настоящия дисертационен труд, където са разгледани пет различни типа диференциални задачи, е възприет вторият подход. От началото на шейсетте години на миналия век досега интересът към изучаване на системите от диференциални уравнения с импулси е неотслабващ. Ето защо актуалността на направените в дисертацията изследвания се определя поне от следните предпоставки:

- Принципно погледнато, най-адекватният математически апарат за моделиране на скокообразно изменящи се динамични процеси е използване на диференциални уравнения с импулсни въздействия;
- Споменатите диференциални уравнения са полезни математически средства при описание на: импулсни смущения в изследвания по комуникационна сигурност; в моделите на невронни мрежи; в модели за съвместно съществуване на биологични видове; в икономически и финансови модели и много други. Впрочем, към този математически апарат интерес проявяват и специалисти от областта на фармакокинетиката, популационната динамика, теорията на управлението и др.

- Учените са провокирани от все още нерешени проблеми в областта на импулсните диференциални уравнения. Като такива могат да се посочат някои моделни уравнения с нелипшицови десни части или системи със закъснения във времето (зависимост от предходни състояния).

2. Общо описание на материалите по конкурса

Представеният дисертационен труд се състои от увод и 6 части и е с обем от 541 страници. Към този обем са включени още 5 таблици и 26 фигури. Всяка от частите е разделена на глави, които са от разглежданата в съответната част тематика. Така дисертационният труд съдържа 21 глави. Представена е и една доста пълна библиография, която съдържа 350 заглавия от тематиката за импулсни диференциални уравнения. По същество в текста са използвани не повече от 20 % от литературата в тази библиография.

Освен дисертационния труд, към документите по процедурата получих и следните материали, подготвени от проф. Дишлиев:

- Автореферат на представения дисертационен труд;
- Автореферат на дисертационен труд за получаване на НС „Доктор” (кандидат на математическите науки);
- Публикациите, върху които е изградена дисертацията, в това число: три монографии, издадени в чужбина; един учебник и 20 статии, от които 6 са публикувани в списания с импакт-фактор;
- Копия от дипломите за висше образование и за кандидат на математическите науки;
- Автобиография;
- списък на публикациите по дисертационния труд и списък на всички публикации на проф. Дишлиев;
- списък със забелязани цитирания от други автори на статиите по дисертационния труд и списък с всички забелязани цитирания на публикации, в които участва проф. Дишлиев.

3. Кратък преглед на съдържанието на дисертационния труд

Обикновените диференциални уравнения в Глава 1 и Глава 2 са неавтономни, т.е. зависят явно от времевата променлива в променлива структура (с изменяща се дясна част) и с наличие на импулсни моменти. Тези моменти съвпадат с моментите, в които решението анулира превключващите функции.

Разгледани са и уравнения без импулси, но с изброимо много десни страни. Изучен е и въпросът за непрекъснатата зависимост на решенията (устойчивост), когато е налице смущение както в началното условие, така и в дясната част (Теорема 2.5 и Теорема 2.6).

Глава 3 изучава равномерната устойчивост на решенията. Тук импулсните въздействия настъпват, когато интегралната крива на началната задача среща някоя от предварително зададените импулсни хиперповърхнини.

Втората част на дисертацията (Глава 4, Глава 5 и Глава 6) използва Хаусдорфова метрика. Глава 4 има самостоятелен характер относно свойствата на Хаусдорфовото разстояние между множества в $\mathbb{R}^n$ и между параметрични криви: изследва се орбиталната Хаусдорфова зависимост на решенията на клас неавтономни диференциални уравнения (Глава 5). Аналогичен проблем се разглежда в следващата Глава 6, само че отнасящ се за автономни системи. Намерени са специфични достатъчни условия, при които разликата между съответните импулсни моменти на изходното и смутеното решение са произволно близки. Разгледан е класическият (без импулси) модел на Lotka-Volterra – „жертва - хищник” за Хаусдорфова устойчивост относно началната точка.

Следващата част е посветена на така наречените загиващи решения, т.е. такива, които не са продължими от известно място нататък. За разглежданите диференциални уравнения с променливи структури и импулсни моменти редицата от импулсни моменти $t_1, t_2, \dots$ притежава крайна точка на съгъстяване T . Показано е, че загиващото решение зависи непрекъснато относно началното условие и превключващите функции. В Глава 9 са намерени достатъчни условия кога загиващото решение зависи непрекъснато относно началното условие и импулсните въздействия (Теорема 9.5). Техниката в тази част от дисертационния труд използва резултати от класическата теория на системи диференциални уравнения с постоянна структура и без импулси.

Четвъртата част разглежда периодични решения на диференциални уравнения с импулси. За целта най-напред е въведено понятието достижимо множество за споменатите уравнения. Посредством такива множества е дефиниран клас от интегрални многообразия и са изучени техните основни свойства (Глава 10). В следващата Глава 11 са изследвани някои качествени свойства на функцията на достижимост. В следващите две глави (Глава 12 и Глава 13) авторът е намерил достатъчни условия за съществуване на равномерни Липшицови решения за диференциални уравнения с импулсни моменти, съвпадащи с моментите, в които траекторията на уравнението среща предварително зададени множества от фазовото пространство. За такива уравнения е показано кога те допускат периодични решения. Резултатите от Глава 10 и Глава 11 са приложени за линеаризирания модел с импулсни въздействия на Lotka-Volterra. За този математически модел чрез теоремата за неподвижната точка в Глава 14 са намерени достатъчни условия за съществуването на периодично решение.

Най-голямата по обем част от дисертационния труд се занимава с математически модел за изменението на количеството на информация в човешката памет за определен период от време. При направени хипотези са намерени достатъчни условия за локална равномерна устойчивост на количеството информация $I(t)$ и за нейната равномерна Липшицова устойчивост относно информацията I_0 в началния момент t_0 . В Глава 16 е разгледан модел за „кратковременни дискретни обучения“ с цел попълване на информацията. Количеството на информация зависи непрекъснато от кратковременните дискретни попълвания (Теорема 16.1). Изучен е и дългосрочен процес на изменение на информацията в паметта на абстрактен индивид, когато се поддържа фиксиран минимум от информация I_{min} . Доказана е устойчивост на $I(t)$ относно t_0 , I_0 и I_{min} . В Глава 18 са доказани три теореми за сравняване на информацията. В края на частта е дадена методика за приблизително определяне на коефициента за съхранение на информацията. Представен е конкретен тест, отнасящ се за преценка по математика на студенти от технически специалности.

Последната, шеста част на дисертационния труд, е посветена на решаване на оптимизационни задачи върху модели от популационната динамика, които се описват чрез диференциални уравнения с импулси. Този модел се основава на уравнението на Verhulst. Правят се редица предположения, като например, че раждаемостта надхвърля смъртността и че биомасата от популацията е полезна за човека и затова под формата на дискретни импулси се отнема фиксирано количество от нея. Определят се моментите на отнемания и тяхната големина с цел оптимален режим за възстановяване. В Глава 21 се използват свойствата на решенията на нелинейни автономни диференциални уравнения с нефиксирани моменти на импулсни въздействия. На тази база е разгледан един импулсен модел от фармакокинетиката. Чрез този модел се определят моментите на вливане на лекарство и броят на вливания с обемите на всяко лекарство при всяко въздействие с неговата концентрация така, че лекарството в кръвта на пациента да е в терапевтични граници за максимално дълъг период от време.

4. Приноси в дисертационния труд

На това място ще припомня, че дисертационният труд е в научното направление „Математическо моделиране и приложение на математиката“ (01.01.13). Ето защо ще дам акцент само на онези теоретични резултати, които са намерили пряко приложение за създаване и анализ на математически модели.

(а) За диференциалните уравнения с импулсни моменти, съвпадащи с моментите, в които траекторията на уравнението среща предварително зададени множества, разположени във фазовото пространство, са получени следните резултати:

- Чрез редици от функции на Ляпунов се изследват равномерно финално ограничени решения;

- Получени са резултати за орбитална Хаусдорфова устойчивост по отношение на началното условие;

- Изучени са условията за загиване на решенията;

- Доказани са теореми за непрекъснатата зависимост на загиващите решения относно началните условия и от превключващите функции или импулсните функции;

- За този клас диференциални уравнения подробно са изследвани случаите на променливи моменти и се доказва при какви условия съществуват периодични решения.

(б) Принос в дисертационния труд е създаденият и подробно изследван математически модел за изменение на количеството информация в паметта на човека. Резултатите върху тази тематика са публикувани в три статии с много висок импакт-фактор. По-важните научни постижения тук са:

- Доказване на асимптотично слабото изменение на информацията и нейната равномерна Липшицова устойчивост;

- Изследване на непрекъснатата зависимост на количеството от информация относно многократните попълвания, началната точка и нейния критичен минимум;

- Създадени са математически модели, описващи различни ситуации за кратковременни попълвания на информацията, като са доказани теореми за сравняване количествата на информация;

- Даден е алгоритъм за приблизително намиране на коефициента за съхранение на информацията в паметта на човека.

(в) Използвани са резултатите от теорията за диференциалните уравнения с импулсни моменти, чиито решения минимизират предварително зададен функционал. Приносите в това направление са:

- За един математически модел от популационната динамика е намерен оптимален режим за възстановяване на биомасата на изолирана популация;

- Поставена е и е решена една моделна оптимизационна задача от фармакокинетиката.

(г) Важен принос в математическото моделиране е, че в дисертацията са намерили обобщение някои класически модели, които използват диференциални уравнения с променлива структура и импулсни моменти. Такива например са: модел на Lotka-Volterra; модел на Verhulst; модел на Gompertz и други.

5. Отражение на научните резултати от дисертационния труд

Забелязани са 28 цитирания на публикациите, върху които е построен дисертационният труд. От тях 4 са в списания с импакт-фактор. Що се отнася до общия брой цитирания на трудовете, в които участва проф. Дишлиев, то техният брой е впечатляващ. Неслучайно неговият h-индекс е 16. Цитирания има и в 42 различни дисертации, на много от които научен ръководител е проф. Дишлиев.

Освен в локалните проекти, финансирани от ХТМУ-София, резултатите от дисертационния труд са намерили отражение и в два научни проекта, финансирани от националния фонд „Научни изследвания”.

6. Преценка за автореферата

Авторефератът е изготвен съгласно изискванията и правилно отразява основните положения и научни приноси на дисертационния труд.

7. Критични бележки

По дисертационния труд ще направя няколко критични бележки, които обаче не променят същността и значимостта на научните приноси в него.

Основната ми забележка касае обема на дисертационния труд (541 страници). Считам, че има твърдения, които излишно подробно са доказани. Изложението би могло да се съкрати с интуитивни съждения с цел по-лесна читаемост на основните резултати.

Също така:

- При цитиране на последователно номерирани формули може да се използва например (1.1) – (1.4) вместо (1.1), (1.2), (1.3), (1.4) (виж например стр. 42 и стр. 43);

- Въведението (около 2 страници) на раздел 10.3 буквално повтаря това от раздел 6.3;

- В края на доказателството на Теорема 2.1 условието е H2.4, а не H2.3;

- На стр. 97 и 98 два пъти е повторен един и същ пасаж;

- На стр. 169 е изпуснато $d\tau$, а на стр. 171 знакът е неравенство вместо равенство;

- На стр. 172 не е ясно защо от хипотезата H6.2 следва, че функцията има постоянен знак;

- В заглавието на Глава 9 трябва да фигурира „и от началните условия”;

- На стр. 287, ред 9 отгоре трябва да стои (11.3) вместо (11.4);
- Литературен източник [17] не е посочен;
- Неравенствата за $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ могат и да не са строги;
- Във формула (20.12) последният индекс е n вместо 1;
- Накрая искам да спомена, че съществуват макар и неголям брой номерирани формули, които не са цитирани в текста.

8. Лични впечатления

Познавам проф. Ангел Дишлиев като сериозен и всеотдаен учен в областта на математическото моделиране посредством системи обикновени диференциални уравнения. Усилията му за израстване на млади кадри в тази област (има 8 успешно защитили докторанти!) са определящи за научното израстване на преподавателите от катедра „Математика” към ХТМУ – София. Имам отлични впечатления за неговата работа като член на Постоянната комисия по Природни науки, математика и информатика към НАОА.

9. Заключение

В дисертационния труд „Математическо моделиране и оптимизация на прекъснати процеси” се съдържат достатъчно по количество и качество важни за теорията и приложенията приноси. Те го правят напълно удовлетворяващ изискванията на ЗРАС, ППЗРАС, както и специфичните изисквания на ХТМУ – София. Това ми дава основание убедено да препоръчам на научното жури да гласува „ЗА” присъждане на научна степен „Доктор на науките” на проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев по професионално направление 4.5 „Математика”, научна специалност „Математическо моделиране и приложение на математиката”.

01. 09. 2018 г.

Гр. София

Рецензент:

/проф. дмн Андрей Андреев/