

СТАНОВИЩЕ

на дисертационен труд за придобиване на научна степен „доктор на науките“

Автор на дисертационния труд: проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев, ХТМУ-София;

Тема на дисертационния труд: “Математическо моделиране и оптимизация на прекъснати процеси”;

Научна област: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Научна специалност: Математическо моделиране и приложение на математиката;

Изготвил становището: проф. д-р Андрей Захариев, Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

1. Актуалност на проблема

Резултатите, получени в дисертационния труд са в една сравнително нова област на диференциалните уравнения, а именно – качествена и фундаментална теория на импулсните диференциални уравнения. Както редица автори отбелязват, този тип уравнения са пригодени за моделиране на динамични процеси, които рязко (под формата на импулси) променят състоянието си. Това им качество ги прави важен математически обект за изследване и приложения. Изучаването им стартира в началото на 60-те години на миналия век с няколко публикации на А. Мышкис и В. Мильман. Оценката на научната общност за ролята на импулсните уравнения в науката и практиката можем да установим от факта, че пет направления в Mathematics Subject Classification са посветени на този вид уравнения (виж 34A37, 34B37, 34K45, 35R12, 49N25). С радост ще отбележа, че българските учени са сред най-активните при изследване на импулсните уравнения, ще спомена професорите Д. Байнов, П. Симеонов, В. Ковачев, Г. Стамов, И. Стамова, С. Костадинов, Н. Милев, С. Христова, С. Ненов и др. Достигам до извода, че темата на дисертационния труд е актуална и резултатите, получени в него са важни, както от теоретична, така и от практична гледна точка.

2. Обзор на съдържанието и резултатите в дисертационния труд

Представеният за рецензиране дисертационен труд съдържа увод, двадесет и една глави (разпределени в шест части), заключение, списък на публикациите по темата и библиография с общ обем от 541 стандартни страници.

Най-съществената част в увода е направената класификация на видовете импулсни диференциални уравнения според възможностите за определяне на моментите на импулсни въздействия и смяна на десните страни на уравненията. Ще отбележа, че в дисертацията се предполага, че тези моменти (на импулсни въздействия и смяна на десните страни) съвпадат, макар че това не е задължително. Обособени са общо шест основни класа. В дисертацията се изучават пет от тях. Последният клас (който не е разгледан в рецензирания труд) съдържа уравнения със случайни импулсни моменти, т.е. моментите удовлетворяват зададен закон за разпределение на случайни величини.

Най-общо диференциалните уравнения с импулси се състоят от следните три елементи:

- Система обикновени диференциални с променлива структура от вида

$$\frac{dx}{dt} = f_i(t, x), \quad i = 1, 2, \dots \quad (1)$$

Чрез горната система се описват непрекъснатите етапи от динамиката на

моделираните процеси. Функциите $f_i \in C[R^+ \times D, R^n]$, $i=1,2,\dots$ и областта $D \subset R^n$.

- Вторият елемент на разглеждания клас уравнения са импулсните множества, чрез които се определят моментите на импулсни въздействия

$$M_i = \{(t, x) \in R^+ \times D; \varphi_i(t, x) = 0\}, \quad i=1,2,\dots, \quad (2)$$

където превключващите функции $\varphi_i \in C[R^+ \times D, R^+]$. Импулсните моменти $t_1, t_2, \dots$ са решения на съответните системи алгебрични уравнения $\varphi_i(t, x(t, t_0, x_0)) = 0$, $i=1,2,\dots$.

Освен това $x(t; t_0, x_0)$ е решение на (1) с начална точка x_0 в момента t_0 .

- Третият елемент са така наречените импулсни функции $I_1, I_2, \dots: R^+ \times D \rightarrow R^n$, чрез които се определят големините (и посоките) на импулсните въздействия. Тези въздействия аналитично се описват както следва:

$$x(t_i + 0, t_0, x_0) = x(t_i, t_0, x_0) + I_i(t_0, x(t_i, x_0)), \quad i=1,2,\dots. \quad (3)$$

Решенията на съответните начални задачи на разглежданите импулсни системи диференциални уравнения са частично непрекъснати функции с точки на прекъсване от първи род (това са точките $t_1, t_2, \dots$), в които решенията са непрекъснати отляво.

Първата част на дисертацията, която се състои от три глави, е посветена на разнообразни класове диференциални уравнения с импулси. Целта е да се представят и изучат някои основни специфични качества на решенията.

Първа глава: Разглеждат се диференциални уравнения с импулсни въздействия, при които импулсните множества M_i , $i=1,2,\dots$, са от вида (2). Намерени са достатъчни условия за равномерна финална ограниченост на решенията на съответната начална задача. Впечатляващото тук е въвеждането и използването на редици от функции на Ляпунов (всеки елемент на редицата на Ляпунов съответства на поредната дясна страна на системата). Въведените и широко използвани от школата на проф. Д. Байнов класове от прекъснати функции на Ляпунов са адекватен математически апарат за изследване на импулсните диференциални уравнения с фиксирани импулсни моменти. За съжаление, този тип функции са неприложими в случая на променливи импулсни моменти. В този случай импулсните моменти са различни за всяко решение. Това е причината за въвеждане на редици от функции на Ляпунов.

Втора глава: Разглежда се случая, когато импулсните множества са две и освен това съвпадат с контурните хиперравнини на фазовото пространство (тези хиперравнини ограничават отдолу и отгоре последната координата на решението). Имаме

$$M_1 = \{x = (x^1, \dots, x^n) \in R^n, \quad x^n = \chi_1\} \quad \text{и} \quad M_2 = \{x = (x^1, \dots, x^n) \in R^n, \quad x^n = \chi_2\},$$

където реалните константи $\chi_1 < \chi_2$. Проведени са изследвания за непрекъснатата зависимост на решенията при постоянно действащи смущения, т.е. смущенията освен в началната точка на съответната начална задача са и във всяка една от десните страни на изучаваната система. Идеята за изследване на такъв тип уравнения е възможността за поддържане на параметрите на даден процес в постоянни граници. Това се осъществява чрез импулсни въздействия, които коригират траекторията на параметрите в техните допустими граници на съществуване.

Третата глава: Структурата на разглежданото диференциално уравнения с импулси е постоянна, поради което и импулсното множество M е единствено. Имаме $M = \bigcup_{i=1,2,\dots} \sigma_i$, където $\sigma_i: t = \tau_i(x)$, $\tau_i: D \rightarrow R^+$, $i=1,2,\dots$. Хиперповърхнините σ_i , $i=1,2,\dots$,

удовлетворяват неравенствата $\tau_{i-1}(x) < \tau_i(x)$, $x \in D$, $i=1,2,\dots$ ($\tau_0(x) = 0$). Постигнатите

резултати се отнасят до равномерна устойчивост на нулевото решение на уравнения с импулси от посочения клас. Тук основната идея е пренасяне на качества на решенията на съответното уравнение без импулси върху качествата на решението на уравнението с импулси. Ясно е, че в общия случай импулсите „влошават“ качествата на решението, поради което се изискват по-силно ограничителни свойства на изходното уравнение. Така например от Липшицова устойчивост на нулевото решение на уравнението без импулси се установява само равномерна устойчивост на нулевото решение след добавяне на импулсни въздействия.

Втората част на дисертацията се състои от три глави и е посветена на използването на Хаусдорфовата метрика при отчитане на разстоянието между решенията на импулсните уравнения. В случая интегралните криви на тези решения се разглеждат като точкови множества в съответното разширено фазово пространство. Хаусдорфовата метрика между такива множества е значително по-удобна отколкото традиционното равномерно разстояние. Това обстоятелство се дължи на факта, че импулсните моменти (т.е. точките на прекъсване на различните интегрални криви) са различни (във времето). Тези моменти зависят от началната точка, както и от другите параметри на уравненията от разглеждания клас. Може да се покаже, че равномерното разстояние между две различни интегрални криви в малки околности на импулсните моменти е от порядъка на големините на импулсните смущения, независимо от близостта на началните точки. Това означава, че равномерното разстояние може да е сравнително голямо в сравнително малки времеви интервали. Този феномен отсъства при използването на Хаусдорфовата метрика, което е показано в тази част на дисертацията.

Четвърта глава: Има спомагателен характер. Установени са различни свойства на Хаусдорфовото разстояние между прекъснати криви. Тези свойства са базови за разглежданията в следващите две глави.

Пета глава: Разгледан е клас импулсни диференциални уравнения, за който импулсните моменти се получават чрез равенствата $t_i = t_0 + id$, $i = 1, 2, \dots$, където d е положителна константа. Въведено е понятието орбитална Хаусдорфова зависимост на решенията на споменатия клас уравнения относно началната точка (t_0, x_0) и разликата между два последователни импулсни моменти d . Намерени са достатъчни условия за съществуване на такава зависимост.

Шеста глава: Изучават се импулсни диференциални уравнения, при които импулсните множества се определя с помощта на линейни функции. С други думи всяко множество M_i от (2) е част от хиперравнина, ограничена във фазовото пространство. Десните страни на (1) са една и съща автономна функция, т.е. изпълнено е $f_i(t, x) = f(x)$, $i = 1, 2, \dots$. Интерес представлява въведеното от автора понятие „орбитална гравитация“. Тя се отнася за системи без импулси. Накратко, една система диференциални уравнения притежава това качество с константа κ , ако Хаусдорфовото разстояние между две нейни произволни траектории е по-малко от κ пъти Евклидовото разстояние между тях. Намерени са достатъчни условия при които, ако съответната система без импулси е орбитално гравитираща, то решението на съответната задача с импулсни въздействия е орбитално Хаусдорфово устойчиво относно началното условие.

Трета част на дисертационния труд е посветена на изследване на качествата на решенията на диференциални уравнения с импулсни въздействия, които не са продължими до безкрайност поради наличие на точка на сгъстяване на импулсните

моменти. С други думи решението "загива" при достигане на точката на съгъстяване. От друга страна ще отбележим, че при отсъствие на импулсни въздействия, решенията на всяко уравнение с фиксирана дясна страна, която е елемент на структурата на изходното уравнение е продължимо до безкрайност.

Седма глава: Намерени са достатъчни условия за загиване на решенията на разглеждания клас уравнения. С други думи, посочени са условия при които импулсните моменти имат крайна граница, т.е. $\exists \lim_{i \rightarrow \infty} t_i = \text{const}$

Осма глава: Основният резултат в главата се състои в посочването на лесно проверяеми условия, при които за всеки затворен интервал, който се съдържа в максималния интервал на съществуване на загиващото решение на началната задача, същото решение зависи непрекъснато относно началните условия и превключващите функции.

Девета глава: При уравненията изучавани в тази глава, импулсните множества (геометрично) представляват части от хиперравнини, разположени във фазовото пространство. Получени са резултати (аналогични на тези в предходните две глави), които се отнасят до гарантиране на съществуване на импулсните моменти и загиване на решенията. Ще отбележим, че тук ограниченията са сравнително по слаби, което се дължи на факта, че импулсните множества имат сравнително проста геометрична форма. Основният резултат се отнася за специфични за импулсните диференциални уравнения качества, а именно непрекъснатата зависимост на решенията относно началните условия и импулсните функции в произволен затворен интервал, който се съдържа в максималния интервал на съществуване на решенията. Интересното тук е съществуването на неограничен брой импулсни въздействия, които се реализират в ограничен времеви интервал. Действително, решението може да се изследва, когато времето е произволно близко до точката на загиване, в която се съгъстват и импулсните моменти. В такъв случай се казва, че решението трепти при доближаване на тази финална точка на неговото съществуване. На пръв поглед може да се предположи, че този вид непрекъсната зависимост наподобява непрекъснатата зависимост при постоянни (във времето) външни въздействия. Това обаче не е така, тъй като постоянните въздействия се отразяват на дясната страна на уравнението, т.е. на скоростта на изменение. При импулсните смущения (в случая на трептене) смущенията са пряко свързани с фазовото състояние на процеса.

Четвърта част на дисертацията е посветена на важния въпрос за съществуване на периодично решение на диференциално уравнение с променлива структура и променливи импулсни моменти. Подобни въпроси са разглеждани от много автори, но за значително по-прости класове диференциални уравнения с импулси (например с фиксирани импулсни моменти). На този въпрос е посветена и монографията на професорите Д. Байнов и П. Симеонов:

Bainov D., Simeonov P., Impulsive differential equations: Periodic solutions and applications, Longman Scientific & Technical, Harlow, (1993).

Основните трудности при тези изследвания са свързани с въпросите за съществуване на импулсните моменти за всяко импулсно множество от вида (2) и при всяка начална точка, т.е. съществуване на решенията на уравненията $\varphi_i(x(t, t_0, x_0)) = 0$, $i = 1, 2, \dots$

Освен това при изследванията за периодичност задължително се изисква съществуване на няколко непрекъснати зависимости на решенията, между които са непрекъснати зависимости относно началните условия, импулсните смущения и импулсните множества.

Десета глава: Посветена е на изучаване на качествата на интегрални многообразия,

състоящи се от всички траектории на дадено автономно диференциално уравнение без импулсни въздействия, които пресичат предварително фиксирано множество от фазовото пространство, което се нарича достижимо множество. Идеята за изучаване на такъв тип интегрални многообразия идва от предположението, че достижимото множество можем да отъждествим с импулсно множество. Резултатите от главата се използват в следващите няколко глави.

Единадесета глава: За всяка начална точка x_0 , принадлежаща на начално множество на достижимост X_0^+ или X_0^- , се въвежда съответна функционална стойност $\theta(x_0)$, наречена функция на достижимост. Най-напред да отбележим, че множеството X_0^+ е част от фазовото пространство и съдържа всички начални точки, за които съответната траектория (стартираща от тази начална точка) за положително време достига достижимото множество Φ (множеството X_0^- се дефинира аналогично). Ще отбележим, че функцията на достижимост съвпада с времето за достигане на множеството на достижимост Φ при стартиране от началната точка x_0 . Намерени са условия за непрекъснатост и ограниченост на функцията на достижимост в дефиниционното множество X_0^+ (или X_0^-).

Дванадесета глава: Намерени са достатъчни условия, при които множеството от началните точки на достижимост X_0^+ или X_0^- съвпада с фазовото пространство на системата. Тогава ще казваме, че множеството Φ е тотално достижимо.

Тринадесета глава: Получени са основните резултати в тази част. Изследват се автономни диференциални уравнения с променливи структура и импулсни моменти. Резултатите от предходните глави от тази част можем да преформулираме както следва. Намерени са достатъчни условия, гарантиращи:

- Превключващите множества Φ_i , $i = 1, 2, \dots$, са тотално положително достижими.
- Моментите на превключване $t_1, t_2, \dots$ не притежават точка на съгъстяване.
- Функциите на достижимост са непрекъснати и ограничени.

В основната глава са намерени достатъчни условия за непрекъснатата зависимост на решенията относно началната точка и съществуване на периодични решения на уравненията.

Четиринадесета глава: Използвайки теоремата на Brouwer за неподвижната точка са намерени достатъчни условия за съществуването на периодично решение на обобщен модел на Lotka-Volterra, описан с помощта на диференциални уравнения с променлива структура и променливи импулсни моменти.

Пета част на дисертацията съдържа няколко модела и цикъл от изследвания на динамиката на количеството на информация в паметта.

Петнадесета глава: Въведен е математически модел на съхранение и изменение на количеството на информация в паметта на човека при отсъствие на външни въздействия, състоящи се в добавяне на определени количества информация чрез кратковременни обучения. Изследвани са специфични свойства на количеството информация като асимптотично слабо изменение на количеството информация (нов термин - въведен от автора) и равномерна Липшицова устойчивост.

Шестнадесета глава: Изследванията от предходната глава са продължени и обобщени. Създаден е математически модел на изменение на количеството на информацията в паметта при наличие на последователни във времето външни импулсни въздействия, представляващи „кратковременни, дискретни“ обучения (попълвания на информацията). Тъй като времетраенето на тези обучения е

пренебрежимо малко в сравнение с общата продължителност на изследвания процес (процесът е свързан с дълговременно изменение на количеството информация), то може да се приеме, че попълванията се осъществяват мигновено под формата на импулси. Установено е, че при естествени предположения, количеството на информацията в паметта на абстрактен обобщен индивид зависи непрекъснато от количествата на многократните нейни попълвания.

Седемнадесета глава: Изследванията от предходните две глави тук са продължени. Предполага се, че количеството на информацията в паметта задължително трябва да е ограничено отдолу от предварително зададен критичен минимум. Когато това количество (при своето непрекъснато развитие, строго монотонно намалявайки) достигне до предварително зададения критичен минимум, то незабавно се добавя информация в паметта чрез интензивни кратковременни обучения. Както и в предходната глава се допуска, че добавянето на информацията се осъществява мигновено. Разбира се, че тук и в предходните глави математическият модел на изменение на количеството на информацията се осъществява с помощта на импулсни диференциални уравнения с променливи моменти на импулсни въздействия. Ясно е, че импулсните моменти са функция на параметрите на модела, от които тук ще посочим началното условие и импулсното множество. В тази глава, то представлява бариерна права с уравнение $I = I_{\min}$ ($I_{\min} = \text{const} > 0$), разположена в разширеното фазово пространство. Ще уточним, че $I = I(t)$ е количеството информация в момента t , а $I_{\min}$ е минималното допустимо количество на информацията (критичен минимум). Намерени са подходящи естествени условия, при които количеството на информацията зависи непрекъснато от началната точка и критичния минимум на информацията.

Осемнадесета глава: Важно и полезно за практиката е да се сравнява количеството на информацията в паметта на един и същ абстрактен индивид при различни външни импулсни добавяния на информацията (допустимите разлики са в моментите на осъществяване на интензивните обучения и количеството на придобитата информация по време на обученията). Посочени са достатъчни условия, при които количествата на информацията при два различни модела на обучение може да бъдат сравнени за достатъчно големи стойности на времето.

Деветнадесета глава: Предложен е статистически метод за намиране на един от важните параметри на моделните уравнения на изменение на количеството на информацията, а именно коефициента на изменение на информацията.

Шеста част на дисертацията се състои от две глави и представлява описание на два оптимални процеса на развитие на биомаса, които са подложени на външни импулсни (мигновени) отнемания (първата глава от тази част) или добавяния (втората глава от тази част) на определени (контролируеми от човека) количества от същата биомаса.

Двадесета глава: Разглежда се обобщен модел на изменение на биомасата на изолирана популация (импулсен модел на Verhulst), подложена на импулсни външни въздействия, които се изразяват в импулсни отнемания на биомаса. Основните ограничения на модела са:

- Сумата на отнетите количества биомаса $I_1, I_2, \dots, I_n$ е предварително фиксирана, т.е. зададена е константа I_{Σ} , такава че $I_1 + I_2 + \dots + I_n = I_{\Sigma}$;
- Всяко отнемане е ограничено отдолу, т.е. зададена е константа $I_{\min}$, такава че $I_i \geq I_{\min}$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Ясно е, че е валидно $I_{\min} \leq I_{\Sigma}$. Намерени са моментите на отнемане на биомасата и количествата на отнетата биомаса, така че изолираната популация за най-кратък период от време да възстанови количеството си, измерено при стартирането на процеса.

Двадесета и първа глава: Изследванията в тази глава (според мен) са най-съдържателните, най-обемистите (40 стр.), най-разностранныте (10 теореми и няколко следствия), най-интересни и най-полезни (от гледна точка на практиката) в тази дисертация. Провокирани са от идеята за създаване на оптимален терапевтичен модел на лечение. Целта е чрез определено (зададено отнапред) количество лечебно средство, което на части под формата на импулси се влива в кръвта на пациента, максимално дълго да се поддържа терапевтичната концентрация (минимална концентрация на лечебното средство в кръвта на пациента, при която се регистрира лечебен ефект).

3. Приноси на дисертационния труд

След запознаване с изследванията на докторанта констатирам, че основните цели, формулирани в §0.4 от дисертацията, са постигнати.

Теоретичните изследвания на автора се отнасят до качествената теория на импулсните диференциални уравнения:

- отсъствие на специфичните феномени "биене" и "загиване" на решенията;
- неограниченост на импулсните моменти и продължимост на решенията;
- равномерно финално ограничени решения;
- непрекъсната зависимост на решенията относно: началната точка, десните страни, импулсните въздействия, импулсните моменти, импулсните множества и др.;
- орбитална Хаусдорфова зависимост на решенията относно началната точка и разликата между последователните импулсни моменти;
- равномерна устойчивост на решенията при произволни импулсни моменти;
- асимптотическа устойчивост на ненулевите решения;
- Орбитална хаусдорфова устойчивост на решенията;
- достижими и тотално достижими множества;
- съществуване на периодични решения;
- оптимални решения на уравнения с импулсни въздействия и др.

Приложните резултати се отнасят до изследвания на динамиката на няколко типа процеси, които са подложени на дискретни външни интервенции и смяна на скоростта на развитие (промяна на дясната страна на моделиращото уравнение):

- обобщен математически модел на Gompertz с променливи скорост на развитие и импулсни въздействия в променливи моменти;
- обобщен математически модел на Verhulst с импулсни въздействия;
- обобщен математически модел на Lotka-Volterra с импулсни въздействия;
- обобщен математически модел на Miller с импулсни въздействия;
- трептене на материална точка;
- математически модел, описващ динамиката на лекарствената концентрация в кръвта на пациент;
- моделно уравнение на съхранение на информацията;
- моделно уравнение на съхранение на информацията при кратковременни дискретни обучения;
- моделно уравнение на съхранение на информацията при минимални допустими стойности на количеството на информацията.

Общото ми заключение по отношение на приносите е, че са достатъчни за присъждането на научната степен "доктор на науките" на проф. А. Дишлиев.

4. Публикации и цитирания по дисертационния труд.

В конкурса за придобиване на научната степен „доктор на науките“, кандидатът участва общо с 24 научни труда, които можем да класифицираме така:

- Монографии, издадени в чужбина – 3 бр.;
- Статии, които са реферирани и притежават импакт фактор – 6 бр.;
- Статии, които са реферирани и индексирани (SJR) – 2 бр.;
- Статии, които са реферирани, но не са индексирани – 11 бр.;
- Публикация в трудове на конференция на Пловдивския университет – 1 бр.;
- Учебник – 1 бр.

Няма съмнение, че представените трудове не са използвани в предходни конкурси на кандидата, тъй като всичките посочени по-горе трудове са публикувани след конкурсите за придобиване на научната и образователна степен „доктор“ и заемане на академичната длъжност „доцент“ и не са включени в конкурса за „професор“, което е видно от документите на свободен достъп, разположени в архива на официалната страница на ХТМУ.

Авторът на дисертационния труд е посочил доказателства за 579 цитирания на общо 66 негови труда.

Посочените числови данни превишават минималните изисквания, посочени в Правилника за заемане на академични длъжности и придобиване на научни степени (ППНСЗАД) в ХТМУ, където в чл. 20, ал. 3 е казано: „Дисертационният труд трябва да се основава най-малко на 10 научни публикации в специализирани научни издания, от които най-малко 5 в списания с импакт-фактор. Тези публикации трябва да са цитирани поне 15 пъти.“ Тук ще отбележим, че само трите монографии, с които проф. А. Дишлиев участва в конкурса, се приравняват на 9 статии в списания с импакт фактор (виж чл. 41 ал. 5 от ППНСЗАД: “Участие в монография, издадена от издателства извън България, се приема за равностойно на три статии в списания с импакт фактор”).

Кандидатът е бил научен ръководител на 8 успешно защитили докторанти.

Ще отбележа, че h-индексът на Hirsch на кандидата за придобиване на научната степен, пресметнат съгласно програмата Publish or Perish е 17. Резултат, който за математическите науки е сериозен.

Посочените факти ми дават основание да твърдя, че постигнатото от проф. А. Дишлиев отговаря на неговите претенции.

5. Критични бележки и коментари

Нямам съществени критични бележки и коментари, които да са извън моите лични предпочитания, които разбира се може да не се покриват със стила и оформлението на дисертацията. Считам, че този тип бележки (лични предпочитания) не трябва да бъдат предмет на бележки и коментари, поради което ги пренебрегвам в становището.

Определено считам, че постиженията на дисертанта са важни, а също така, че те могат да послужат като отправна точка за следващи изследвания.

6. Оценка на съответствието между автореферата и дисертационния труд

Авторефератът е поместен на 53 страници и съдържа всички основни резултати, получени в дисертационния труд. В него се отразяват достатъчно пълно и точно съдържанието и основните приноси на автора. Важните резултати (под формата на теореми и следствия) са формулирани без съответните доказателства. Дадени са и основните примери от дисертационния труд, с което се илюстрират от една страна смисълът на въведените понятия и от друга – възможностите за приложение на

получените резултати. Прави добро впечатление логично свързания информативен характер на автореферата. Това обстоятелство дава пълна и ясна представа за изследваните проблеми и постиженията в дисертацията. В този смисъл, авторефератът е полезен и за специалисти, които не са запознати подробно с дисертационния труд.

Заключението на дисертацията правдиво отразява постиженията на дисертанта.

7. Заключение

Получените резултати в дисертационния труд и направените по-горе в становището коментари ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд съдържа сериозни теоретични изследвания, които са новост във фундаменталната и качествената теория на диференциалните уравнения. Те са оригинален принос на дисертанта и представляват научен интерес;
2. Дисертационният труд съдържа приложни математически модели, които илюстрират важността на получените от проф. А. Дишлиев теоретични резултати;
3. Достиженията в дисертационния труд отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и ППНСЗАД в ХТМУ за придобиване на научната степен "доктор на науките".

Поради посочените по-горе факти оценявам „**положително**“ изследванията в дисертационния труд.

Предлагам на научното жури да присъди научната степен "доктор на науките" на проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; научна специалност Математическо моделиране и приложение на математиката.

30. 08. 2018 г.

Изготвил становището:.....

(проф. д-р А. Захариев)