



ХИМИКОТЕХНОЛОГИЧЕН И МЕТАЛУРГИЧЕН УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛТЕТ ПО ХИМИЧНО И СИСТЕМНО ИНЖЕНЕРСТВО

КАТЕДРА „АВТОМАТИЗАЦИЯ НА ПРОИЗВОДСТВОТО”

инж. Светла Димитрова Лекова

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертация

ИЗПОЛЗВАНЕ НА ПАРАМЕТРИЧНО ЗАВИСИМИ МОДЕЛИ ЗА ИДЕНТИФИКАЦИЯ НА НЕЛИНЕЙНИ ОБЕКТИ

за придобиване на образователната и научна степен „доктор”

по научна специалност

„Теория на автоматичното управление”

Научен ръководител: проф. д-р инж. Иван Вучков

Научно жури:

1. проф. д-р инж. Камен Велев – председател, рецензент
2. проф. д-р инж. Чавдар Дамянов – рецензент
3. проф. д-р инж. Иван Вучков
4. доц. д-р инж. Елена Колева
5. доц. д-р инж. Иван Драготинов

София, 2013

Дисертационният труд е написан на 116 страници и съдържа 53 фигури, 23 таблици и 3 Приложения. Цитирани са 178 източника.

Дисертационният труд е обсъден и приет за защита на заседание на разширения научен съвет на научното звено към катедра „Автоматизация на производството” при Химикотехнологичен и Металургичен университет – София, състоял се на 31.01.2013.

Публичната защита на дисертационния труд ще се проведе на 17.06.2013г. от 11 часа в зала 424, сграда „А” на ХТМУ.

Материалите са на разположение на интересуващите се на интернет страницата на ХТМУ и в отдел „Научни дейности”, стая 406, етаж 4, сграда „А” на ХТМУ.

Увод

Мотивацията за настоящия дисертационен труд е в необходимостта от разработването и изследването на нови и осъвременяване на алгоритми за моделиране, управление и оптимизация, чрез които да се постигне по-ефективно управление на технологичните процеси и да се поддържа оптимален режим на работа. Целта е развитието на специфичен клас емпирични нелинейни динамични модели базирани на входно-изходни данни.

Условията на експлоатация на много непрекъснати технологични обекти се характеризират със значителни изменения на режимните фактори. В тези условия използването на линейни или линеаризуеми динамични модели, които работят в тесни граници на изменение на входно-изходните координати и режимните фактори, често е свързано с недопустима неадекватност.

От друга страна, представянето на модела като съвкупност от нелинейни статични и линеаризирани динамични характеристики, валидни за дискретни точки от статичната характеристика, не позволява в редица случаи да се получи цялата съдържаща се в него информация. Например, по такова едно представяне не е възможно да се получи информация за поведението на обекта при промени в режима му, или при едновременно смущение по канала за управление и промяна на режима. Поради това разработването на динамични модели в широк диапазон на функциониране и във форма, удобна за анализ и синтез на съответните управляващи системи, представлява несъмнен интерес.

Настоящата работа разглежда проблемите на моделирането на един клас технологични обекти /нелинейни и нестационарни по същество/, които при съответните условия могат да бъдат описани с линейни стационарни модели, чиито динамични свойства зависят от условията на функциониране на обектите. Този род обекти е прието да се наричат параметрично зависими (или обекти с зависима от външни параметри динамика), тъй като измененията на коефициентите водят до промяна в динамичните характеристики на модела и се дължат на външни причини (промяна в работните условия).

Ефективността на представянето на модели за параметрично зависими обекти/ процеси се изразява в броя на параметрите, с които е необходимо да се представят обектите от разглеждания клас, при зададено ниво на точност. Друг аргумент за този подход е, че така се разкриват определени важни свойства на системата, които иначе остават неясни. Третата причина за избиране на тази специфична област на представяне е, че така характеристиките на модела са благоприятни за анализ. В това отношение е доказано, че представянето в пространство на състоянията на системи с крайна размерност има фундаментално значение.

Имайки предвид представянето на сигнали и системи, особено полезен е класът на рационалните ортонормални функции. Ортонормалността не влияе върху ефективността, но по принцип води до голямо опростяване при анализа и синтеза, когато са включени базисните функции. Освен това, с подходящия им избор, броят на свободните параметри в задачата за оптимизация може да бъде съхранен малък, без да се жертва много от точността на модела. Най-добре изучени за практически приложения са ортогоналните филтри на Лагер. Те са ефективни модели, които могат да опишат точно неизвестна линейна система. Разширение на ортогоналните функции на Лагер са тези на Kautz. Схемите за моделиране чрез използване на функции на Лагер са разширени и обобщени за функции на Kautz. Преимуществовата на предложения подход са простотата на произтичащата схема за моделиране и малкият брой параметри.

От изложеното дотук и направения обзор могат да бъдат направени следните изводи:

1. За целите на МРС ортогоналните модели имат широко приложение.
2. Моделите на параметрично зависими обекти в тази връзка са сравнително слабо проучени и застъпени.
3. Функциите на Kautz са прилагани изключително за процеси с комплексни полюси и в литературата няма примери на приложения за обекти с реални полюси.
4. Не се среща съпоставка за ортогоналните модели с функциите на Kautz с реални полюси и с функциите на Лагер.

Общата цел в настоящата работа е да се изследват възможностите за използване на рационални ортонормални базисни функции за ефективното представяне на сигнали и системи, анализа и синтеза на които са свързани с моделирането на динамични системи. По-детайлно могат да бъдат формулирани следните цели на дисертацията:

1. Да се съставят ортогоналните модели на параметрично зависими реални процеси.
2. За тези процеси да бъдат съставени модели с функциите на Лагер и Kautz.
3. Да бъде направена съпоставка между ортогоналните модели на база функциите на Kautz с реални полюси и модели с функции на Лагер. Въз основа на нея да се дадат препоръки за случаите, в които е уместно да се използват едните или другите функции, особено в случаите на обекти със закъснение.
4. Приложение на параметрично зависими модели за целите на управлението.

Глава 1. Моделиране чрез ортогонални разлагания

1.1. Построяване на базис на Kautz при реални полюси

Има три случая на Kautz изчислителни мрежи, които предполагат различна степен на сложност: **с различни (неидентични) реални полюси; с различни комплексни полюси; с комбинация от комплексни и реални полюси.**

Отношение към разглежданата тематика има първият случай с различни реални полюси. Този случай е най-близък до филтрите на Лагер. Разглежда се построяването на ортонормиран базис за специфичен случай – множество от N полюси върху отрицателната реална ос на s -равнината. Нека $-\alpha_1/2, -\alpha_2/2, \dots, -\alpha_N/2$ са местоположенията на реалните полюси на Kautz мрежата (α_i е положителна реална константа). За тази процедура няма ограничение, ако плюсьт е един и същи. Избирайки еднакъв полюс се получават функциите на Лагер.

Първият компонент в последователността е:

$$K_1(s) = q_1 \frac{1}{s + \alpha_1/2} \quad (1.1)$$

където $q_1 = \sqrt{\alpha_1}$ е нормализиращ коефициент и се дава от:

$$\langle \tilde{K}_1 | K_1 \rangle = 1. \quad (1.2)$$

(Знакът “~” върху вектора означава транспониране.) Вторият компонент трябва да има нула в $\alpha_1/2$, за да отмени полюсьт на $K_1(-s)$ в положителната полуравнина, и също така трябва да има някой полюс от множеството. Тогава

$$K_2(s) = q_2 \frac{s - \alpha_1/2}{s + \alpha_1/2} \frac{1}{s + \alpha_2/2} \quad (1.3)$$

Очевидно той е ортогонален на $K_1(s)$ и при $q_2 = \sqrt{\alpha_2}$ следва, че $\langle \tilde{K}_2 | K_2 \rangle = 1$.

Продължавайки процеса, " N "-тият компонент е:

$$K_N(s) = q_N \frac{(s - \alpha_1/2) \dots (s - \alpha_{N-1}/2)}{(s + \alpha_1/2)(s + \alpha_2/2) \dots (s + \alpha_{N-1}/2)} \cdot \frac{1}{s + \alpha_N/2} \quad (1.4)$$

и нормализиращият коефициент $q_N = \sqrt{\alpha_N}$ се дава от $\langle \tilde{K}_N | K_N \rangle = 1$. Той е ортогонален на всички предшестващи компоненти.

Векторът $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ се нарича мащабен (скалиращ) фактор и играе важна роля при прилагането им. Скалиращият фактор определя скоростта на експоненциалното затихване на функциите на Kautz и се явява параметърът, от който зависи точността на апроксимацията (при зададен брой членове N) и скоростта на сходимост на реда от коефициентите на Фурие.

1.2. Ортогонални динамични модели на обекти със закъснение

Има много изследвания върху апроксимацията на системи със закъснение от вида:

$$W(s) = e^{-s\tau} W_1(s) \quad (1.5)$$

където $W_1(s)$ е предавателна функция на обект със самоизравняване. Чрез използването на ортогонално разлагане при апроксимацията на тегловната характеристика е възможно да се отчетат всички нейни свойства. В този случай редът от коефициенти на Фурие $\{\beta_k\}$ (за предавателната функция (1.5) по функциите на Лагер) се сходя достатъчно бързо – на практика за постигане на добра апроксимация (дори за относително големи стойности на закъснението p – от порядъка на 1), където

$$p = \frac{\tau}{T_{max}} \quad (1.6)$$

(а T_{max} е максималната времеконстанта в $W_1(s)$), са достатъчни 4 до 6 члена на сумата:

$$\sum_{i=1}^N \beta_i L_i(s) \quad (1.7)$$

Другият разгледан подход предоставя подробен анализ на широко разпространената, така наречена, формула на Лагер за апроксимиране на системи със закъснение $e^{-s\tau}$, дадена чрез:

$$LL_n(s\tau) = \{(1 - s\tau/2n)/(1 + s\tau/2n)\}^n \quad (1.8)$$

Нарича се формула на Лагер, тъй като има само един полюс с кратност n , което наподобява Лапласовата трансформация на функциите на Лагер. По-долу е предложен подробен анализ на апроксимацията на $W(s)$ чрез

$$W(s) = LL_n(s\tau) * W_1(s) \quad (1.9)$$

където $n = 1, 2, 3$.

Пример 1.2.1.

Разглежда се предавателна функция на обект от втори ред с чисто закъснение от вида (1.5):

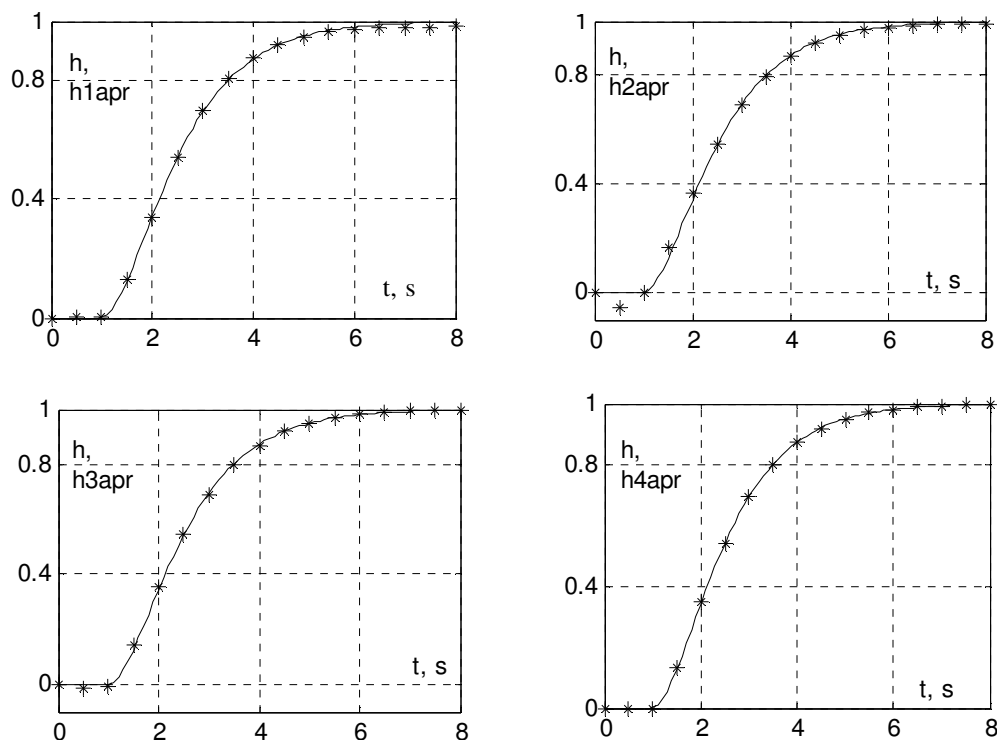
$$W(s) = \frac{\exp(-sp)}{(s+1) \left(\frac{1}{q}s + 1 \right)} \quad (1.10)$$

където p е относителното закъснение (1.6), а q е съотношението между двете времеконстанти. Целта е да се сравнят резултатите при моделиране с използване на ортогонални функции на Лагер при различни описания (с предавателна функция, в пространството на състоянията, с времеви характеристики и в честотната област), когато апроксимацията се прилага пряко върху (1.10) или се използва:

$$W(s) = \frac{LL_n(s\tau)}{(s+1) \left(\frac{1}{q}s + 1 \right)} \quad (1.11)$$

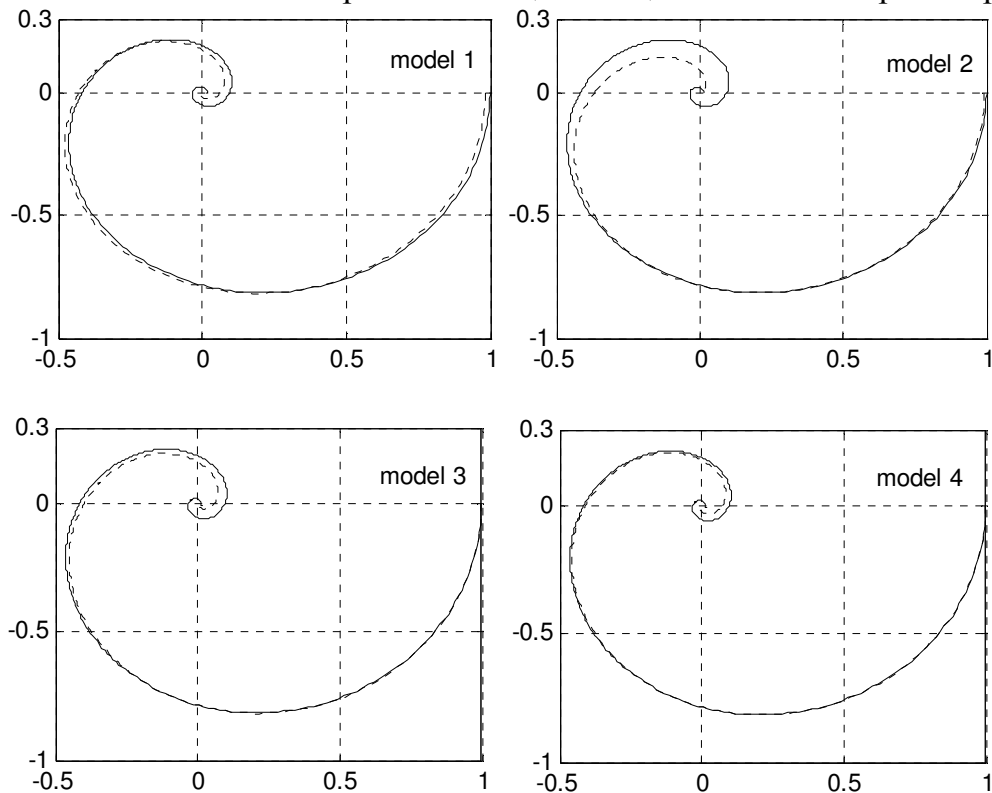
При стойности на $p = 1$, $q = 1.5$ и за $\alpha = 3.8$, минималната стойност на N е 4 (в първия случай). Графичният вид на преходните характеристики – точна h (с непрекъсната линия) и апроксимираните $h1arg$, $h2arg$, $h3arg$, $h4arg$ (за съответните модели, представени с дискретни стойности с „*“) са показани на фиг.1.1. От графиката се вижда, че грешката при апроксимация е нищожна. Още повече за особено важния начален участък на преходната характеристика грешката е под 1% (с изключение на модел 2, при който грешката за началния участък от преходната характеристика е под 5%, а статичната грешка

– без отчитане на корекционния коефициент – е най-голяма при модел 1 ($\approx 1.8\%$).



Фиг. 1.1. Точни и апроксимирани преходни характеристики за четирите модела

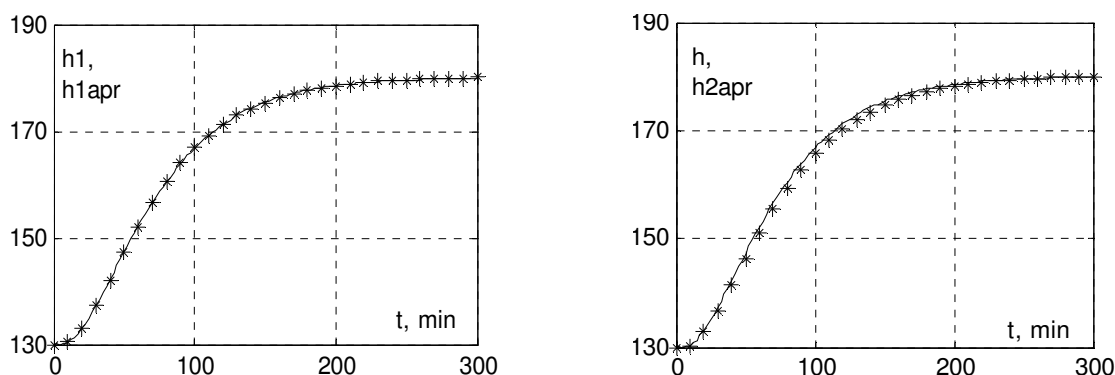
На фиг.1.2 са представени графиките на точната (с плътна линия) и апроксимирани-те честотни характеристики (с прекъсната линия). Най-важният за синтеза участък на честотната характеристика (в трети квадрант) се апроксимира практически без грешка, докато максималната стойност на грешката също е нищожна и се намира в първи квадрант.



Фиг.1.2. Точни и апроксимирани честотни характеристики за четирите модела

Пример 1.2.2.

Проведено е изследване на работоспособността на разгледаните подходи при моделиране на преходния процес на реален топлинен обект при начална температура 130°C . Относителното закъснение е $\rho \approx 0.15$, за α е избрана стойност 0.023 min^{-1} . Поради значително по-малката стойност на закъснението апроксимациите по четирите метода се различават незначително и затова на фиг.1.3 са показани само преходните характеристики за модел 1 и модел 2. За илюстрация на горното са дадени стойностите на корекционните коефициенти : $\kappa_1 = 1.0084$; $\kappa_2 = 1.0062$; $\kappa_3 = 1.0073$; $\kappa_4 = 1.0075$. Съответните коефициенти на Фурие се различават с по-малко от 0.01%.



Фиг.1.3.

Възможността да бъдат описани в пространството на състояния динамични характеристики, съдържащи закъснение, е съпоставена при два начина за представяне на закъснението. Като междинен етап и при двата подхода е използвана ортонормална система функции на Лагер. Може да се твърди, че апроксимацията на чистото закъснение по (1.8) има предимства при известна точна стойност на τ и при негови големи относителни стойности.

1.3. Съпоставка на ортогонални модели на Kautz и на Лагер

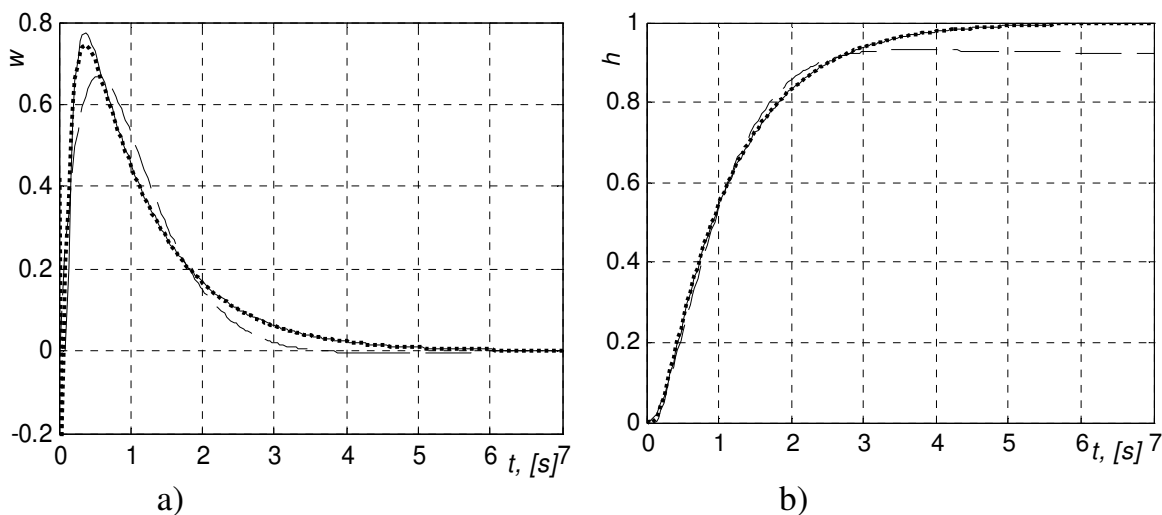
А. Първият случай е на аperiодични обекти със закъснение и голяма разлика във времеконстантите:

$$W(s) = \frac{\exp(-0.1s)}{(1+s)(1+0.1s)(1+0.01s)} \quad (1.12)$$

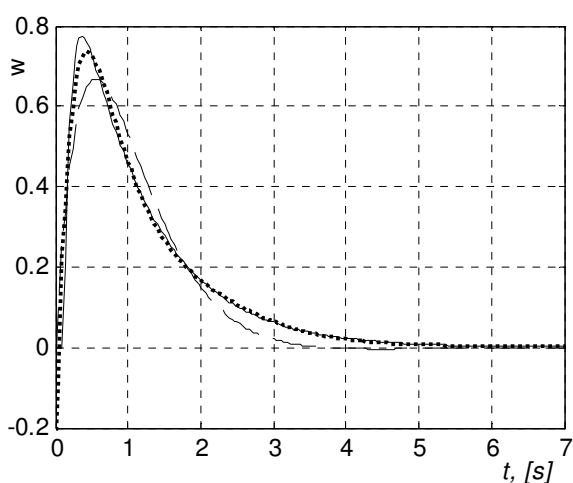
При чисто закъснение, дори и полюсите във филтрите на Kautz да бъдат равни на полюсите на системата, моделът на Kautz няма да е идентичен с изходната система. Очакванията са, в посока на по-малки полюси на филтрите $(-\alpha_i/2)$, така че моделът да компенсира закъснението. На фиг.1.4a,b са сравнени резултатите за ортогонален модел на Kautz при $\alpha = [140 \ 16 \ 2]$ и модел на Лагер с три коефициента ($N=3$), $\alpha = 3$.

На фиг.1.5 са дадени истинската (с непрекъсната линия) и апроксимираната тегловна функция по Лагер – с прекъсната линия при $N=3$; с точки при $N=7$. Вижда се, че при увеличение на коефициентите до 7 се достига приблизително точността, която се получава при използване на ортогонални функции на Kautz с 3 коефициента. На фиг.1.6 е представена апроксимацията на тегловната характеристика при $N=4$, $\alpha = [80 \ 40 \ 10 \ 2.2]$. Важно е, да се подчертае постигнатата висока точност на апроксимация с малък брой коефициенти и при произволен избор на α , който дори не обхваща диапазона на

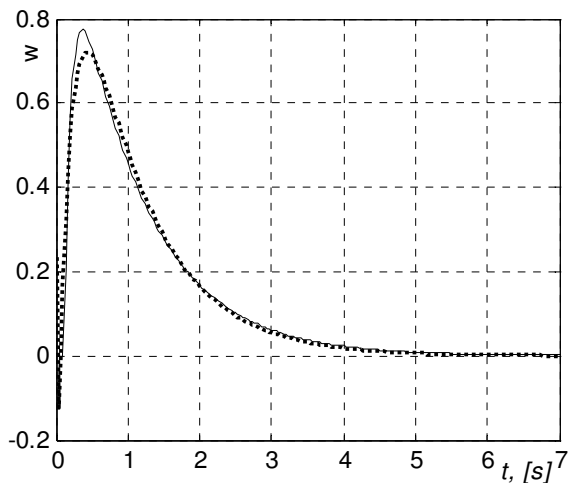
времекостантите/ полюсите. Налага се и извода, че априорната информация за най-малките времекостанти не е съществена.



Фиг.1.4. Съпоставка на ортогонални модели на Kautz и на Лагер с 3 коефициента: истинската характеристика с непрекъсната линия, модел на Kautz – с точки, модел на Лагер – с прекъсната линия.



Фиг.1.5. Ортогонални модели на Лагер с 3 и 7 коефициенти



Фиг.1.6. Апроксимация с 4 функции на Kautz, $\alpha = [80 \ 40 \ 10 \ 2.2]$

В. Друг случай на приложимост на функциите на Kautz с различни реални полюси е при **процеси/ обекти, които могат да се разглеждат като сума от апериодични звена**. За съпоставка на апроксимациите с ортогонални модели на Kautz и Лагер тук се разглежда следния тестов пример:

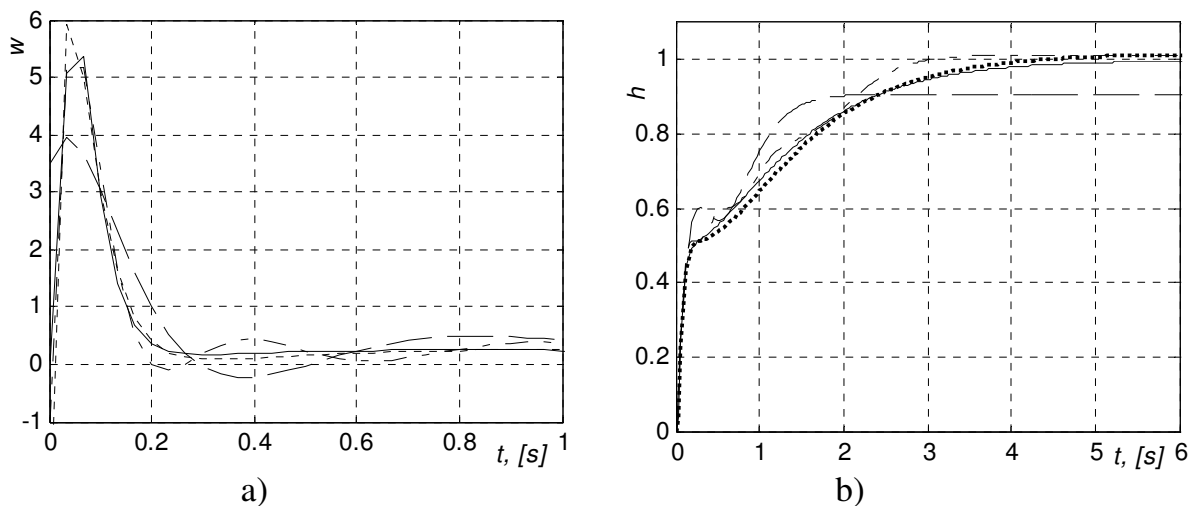
$$W(s) = \frac{0.5 \exp(-0.1s)}{(1+s)(1+0.5s)} + \frac{0.5 \exp(-0.02s)}{(1+0.04s)(1+0.02s)} \quad (1.13)$$

Поради наличието на значително закъснение полюсите на филтрите на Kautz са избрани по-малки от полюсите на предавателната функция (1.13), а именно $\alpha/2 = [40 \ 20 \ 2 \ 1]$. При апроксимация с ортогонални функции на Лагер, ако скалиращият фактор α се избира само с оглед на най-голямата времекостанта, то α трябва да е интервала $[1.6; 5]$. Поради сложността на предавателната функция (1.13), по-добре е по-висока стойност за α , с което да се отчете стръмността на преходната характеристика в началото. Най-приемливи резултати се получават при $\alpha = 12$. На фиг.1.7a,b е представена апроксимацията на

тегловната и преходната характеристика при $N = 4$, $\alpha = [80 \ 40 \ 4 \ 2]$, както и апроксимацията с функции на Лагер, при $\alpha = 12$ и $N = 4$ и $N = 8$. За моделите от фиг.1.7 съответстват следните коефициенти:

$$\beta(\text{Лагер}) = [1.2931 \ 0.1890 \ -0.0010 \ -0.4719 \ -0.2781 \ -0.4531 \ -0.2564 \ -0.3148];$$

$$\beta(\text{Kautz}) = [0.6292 \ -1.4162 \ 0.1077 \ -0.2701].$$



Фиг.1.7. Съпоставка на ортогонални модели на Kautz и на Лагер: истинската характеристика с непрекъснатата линия, модел на Kautz ($N = 4$) – с точки, модел на Лагер – прекъсната линия ($N = 4$) и прекъсната с точки ($N = 8$).

От съпоставка на ортогоналните модели на Kautz и на Лагер в т.1.3 може да се направят следните обобщения:

1. Приложимост на функциите на Kautz в случаите на обекти с голяма разлика във времекостантите и наличие на чисто закъснение. При използване на ортогонални функции на Лагер, приблизително същата точност се получава с много по-голям брой коефициенти.
2. При наличие на чисто закъснение е необходимо полюсите на филтрите на Kautz да се избират по-малки от полюсите на предавателната функция.
3. Показано е, че апроксимацията с функциите на Kautz е робастна към избора на α в доста широки граници, като дори не е необходимо да обхваща целия диапазон на времекостантите/ полюсите.

Глава 2. Ортогонални динамични модели на параметрично зависими процеси

Съществува известна разлика в методите на изследване на параметрично зависимите обекти, която се определя от типа на функционирането им – автономни или управляеми. При обекти с периодично действие стойностите на функционалните променливи (вектора λ), определящи работните условия, се задават в началото на всеки цикъл и като правило остават неизменни до завършване на процеса. Съответният модел трябва да предсказва протичането на процеса при зададени стойности на вектора λ , което дава възможност за определяне на стойности на функционалните променливи, водещи до оптимално протичане на процеса. Задачата за управлението на такъв обект по същество се свежда до задача за определяне на оптимални начални стойности на периодичния процес и има статичен характер. Примери за изграждане на модели на параметрично зависими автономни процеси с периодичен характер са показани в глава 3 и в глави 4,5 и 6 на дисертацията.

При процеси с непрекъснато действие задачата за управление най-често се свежда до задача за стабилизация на изходната променлива $y(t)$. Измененията на условията на функциониране на обекта, изразяващи се в значителни изменения на вектора λ , водят до съществена промяна в динамичните характеристики на линеаризирания обект. Наличието на информация относно причината за изменение на вектора λ дава възможност за съставяне на модел със зависими от λ параметри, който осигурява по-бърза реакция на промените в динамичните свойства на процеса и оттам по-качествено управление. Тъй като моделът служи за синтез на управляващо въздействие $u(t)$, с чиято помощ се поддържа определена стойност на изходната величина $y(t)$, задачата за управление на обекта има динамичен характер, а съответният модел, който се използва за решаването ѝ – модел за целите на управлението.

2.1. Ортогонални параметрично зависими модели на Kautz

Пълната система ортонормирани функции на Kautz/ Лагер може да се използва за получаване на модел на реален обект за управление, който е адекватен в широк диапазон на функционирането му (при променливо λ). Нека $w(\lambda, t)$ е тегловната характеристика на параметрично зависимия процес, изпълняваща условието:

$$\int_0^{\infty} (w(\lambda, t))^2 dt < \infty \quad (2.1)$$

Повърхнината $w(t, \lambda)$ за разглеждания клас обекти е такава, че частните производни както по t , така и по λ , са ограничени. Следователно при $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N] = \text{const}$ коефициентите $\beta_i(\lambda)$ ще бъдат непрекъснати функции на вектора на параметричните въздействия. Това позволява апроксимацията на $w(\lambda, t)$ като сума от варираща комбинация на стационарни функции:

$$w(\lambda, t) \approx \sum_{i=1}^N \beta_i(\lambda) k_i(\alpha_i t) \quad | \alpha = \text{const}, \quad (2.2)$$

където коефициентите $\beta_i(\lambda)$ в ортогоналното разлагане се изчисляват чрез израза:

$$\beta_i(\lambda) = \int_0^{\infty} w(\lambda, t) k_i(\alpha_i t) dt, \quad (2.3)$$

(гарантиращ минимална квадратична грешка). Коефициентите $\beta_i(\lambda)$ могат да бъдат

апроксимирани чрез степенни редове:

$$\beta_i(\lambda) = \sum_{j=0}^{m_i} b_{ij} \varphi_j(\lambda) \quad , \quad (2.4)$$

където $\varphi_j(\lambda)$ са функции, представляващи произведения от степените на λ_i (членовете на полином по отношение на променливите λ_i). Броят им m_i зависи от степента на гладкост на $\beta_i(\lambda)$. Заместването на (2.4) в (2.2) води до обобщеното представяне на процеса $\eta(t, \lambda)$:

$$\eta(\lambda, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{m_i} b_{ij} \varphi_j(\lambda) k_i(\alpha_i t) \quad , \quad (2.5)$$

в което неизвестни са коефициентите b_{ij} . Замествайки коефициентите b_{ij} с техните оценки и отсичане на безкрайния функционален ред (3.5), се получава обобщеният модел на параметрично зависимия процес:

$$\hat{y}(\lambda, t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^{m_i} b_{ij} \varphi_j(\lambda) k_i(\alpha_i t) \quad (2.6)$$

При този подход моделът притежава сепарабелни свойства – променлива комбинация (зависеща от параметричното въздействие) от стационарни функции на времето.

2.2. Връзка между различни представяния на параметрично зависимия модел на процеса

С отчитане на трансформациите на Лаплас за тегловната характеристика (2.2) и на ортонормираните функции на Kautz (респ. на Лагер) – (1.1), (1.3) и (1.4), апроксимираната предавателна функция на обекта $W(\lambda, s)$ има вида:

$$W(s, \lambda) = \sum_{i=1}^N \beta_i(\lambda) \frac{\sqrt{\alpha_i}}{s + \alpha_i/2} \prod_{g=1}^{i-1} \frac{(s - \alpha_g/2)}{(s + \alpha_g/2)} \quad , \quad (2.7)$$

$$W(s, \lambda) = \sqrt{\alpha} \sum_{i=1}^N \beta_k(\lambda) \frac{(s - \alpha/2)^{i-1}}{(s + \alpha/2)^i} \quad , \quad (2.8)$$

и отгук за операторното представяне на модела се получава:

$$\hat{y}(s, \lambda) = \sum_{i=1}^N \hat{\beta}_i(\lambda) K_i(s) u(s) = W(s, \lambda) u(s) \quad (2.9)$$

В честотната област моделът се представя като:

$$W(j\omega, \lambda) = \sum_{i=1}^N \beta_i(\lambda) \frac{\sqrt{\alpha_i}}{\sqrt{\omega^2 + (\alpha_i/2)^2}} \exp(-j(\theta_i(\omega) + 2 \sum_{g=1}^{i-1} \theta_g(\omega))) \quad (2.10)$$

където $\theta_g(\omega) = \arctg(2\omega/\alpha_g)$. Респективно за частния случай на функции на Лагер:

$$W(j\omega, \lambda) = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\omega^2 + (\alpha/2)^2}} \sum_{i=1}^N \beta_i(\lambda) \exp(-j(2i-1)\theta(\omega)) \quad , \quad (2.11)$$

където $\theta(\omega) = \arctg(2\omega/\alpha)$. В същото време моделът в пространство на състоянията има

следния стандартен вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u(t) \quad (2.12)$$

$$y(t) = \mathbf{C}^T(\lambda) \mathbf{x}(t), \quad (2.13)$$

където матриците $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ се дават с:

$$\mathbf{A} = - \begin{bmatrix} \alpha_1/2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2/2 & 0 & \cdots & 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3/2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \cdots & \alpha_N/2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{B}^T = [1, 1, \dots, 1] \quad (2.15)$$

$$\mathbf{C}^T(\lambda) = [\beta_1(\lambda)\sqrt{\alpha_1}, \beta_2(\lambda)\sqrt{\alpha_2}, \dots, \beta_N(\lambda)\sqrt{\alpha_N}] \quad (2.16)$$

Очевидно е, че при променливи параметри на обекта матриците $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ (респективно преходната матрица $\Phi(t, t_0)$) остават непроменени, докато само елементите на вектора-ред $\mathbf{C}^T$ зависят от параметъра λ . Съответно матриците $\Phi(t, t_0)$ и $R(s)$ могат да бъдат изчислени еднократно. Трябва да се отбележи, че този модел отразява поведението на обекта при установени стойности на λ . Адекватността на модела при променливи във времето $\lambda(t)$ не е известна и следва да се очаква, че траекторията на изхода на модела $y(t)$ (в този случай) ще се различава от изхода на обекта. Това означава, че на коефициентите $\beta_i(\lambda)$ би трябвало да се гледа като на изходи на динамични звена, а не като на статични коефициенти, т.е. $\beta_i(\lambda, t)$.

Въвежда се корекционен коефициент, аналогично на извеждането му при функции на Лагер:

$$K_N(\lambda) = \frac{W(0, \lambda)}{2 \sum_{i=1}^N (-1)^{i-1} \beta_i(\lambda) / \sqrt{\alpha_i}} \quad (2.17)$$

След изчисляването на $\beta_i(\lambda)$ и приемането на N , трябва да се коригират коефициентите $\{\beta_i(\lambda)\}$:

$$\hat{\beta}_i(\lambda) = K_N(\lambda) \beta_i(\lambda) \quad (2.18)$$

2.3. Ортогонален, параметрично зависим модел на топлинен обект

Обектът за моделиране е част от реално действаща система и е предназначен за приготвяне на хомогенна двукомпонентна смес (с подходяща температура) и подаването ѝ към машина, изработваща детайли по метода на горещото пресоване. Той представлява метален съд с определена вместимост, снабден с винтообразна бъркалка. Под съда е изградено огнище, снабдено с нафтова горелка. Обектът е термоизолиран от околната среда посредством слой от термоизолационен материал. През горния му капак периодично се подават предварително дозираните компоненти на сместа. Периодичността на подаването на компонентите е съобразена с разхода на смес и е постоянна величина, с цел да се получи постоянно натоварване на обекта.

Технологичният процес се характеризира със следните особености:

- притежава голяма инерционност;
- недопустимо е превишаването на определен температурен градиент;
- липсва възможност за принудително охлаждане (управляващото въздействие не може да приема отрицателни стойности);
- проблемът за терморегулиране се разглежда в определен температурен интервал;

Съществуват, обаче, технологични особености, при които такова периодично дозареждане не се извършва и количеството на сместа в обекта може да спадне до 25% от номиналната му вместимост. При следващо запълване до номиналната вместимост периодичността на дозареждането се запазва, но се увеличава количеството на внасяните порции.

Параметрите на модела зависят от текущата стойност на температурата θ , амплитудата на входното въздействие M и натоварването на обекта v , т.е. в общия случай векторът на функционалните променливи е:

$$\lambda = (\theta, M, v) \quad (2.19)$$

Конкретният експеримент е проведен при една и съща начална (текуща) температура – $\theta=130^\circ\text{C}$, така че λ е двумерен вектор. По време на експеримента за снемане на преходните процеси натоварването на обекта v се изменя на четири нива (25%, 50%, 75%, 100%), а амплитудата M на входното въздействие – на две нива (0.88A и 1.18A), където A е номиналната стойност на входното въздействие, осигуряващо топлинния баланс при номинален режим.

Ясно е, че за достатъчно точна апроксимация с една и съща система функции на Лагер, мащабният коефициент α трябва да има една и съща стойност за всяко λ . В случая такава компромисна област се явява областта от стойности на α в интервала $0.019 \div 0.029$ и за α е избрана стойност 0.023 min^{-1} . По такъв начин системата функции $\{l_i(\alpha t)\}$ не се променя и влиянието на параметричното въздействие се отразява само в обобщените коефициенти $\{\beta_i(\lambda)\}$. Всяка една от експерименталните преходни характеристики е числено диференцирана и са определени коефициентите на Фурие в ортогоналното разлагане.

Целта на моделирането е да се получат аналитични зависимости за елементите на вектора β , защото само те зависят от функционалните променливи λ . Когато търсим аналитични изрази за елементите на β (M, v), линейните модели не са от особен интерес, тъй като те не включват взаимодействия между променливите. Когато се търси модел в класа на линейните регресионни модели, трябва да се вземе под внимание, че такъв модел може да бъде само от първа степен спрямо амплитудата M . Изборът на модел е силно ограничен от малкия брой експерименти. Затова се разглежда се следният модел (от трета непълна степен):

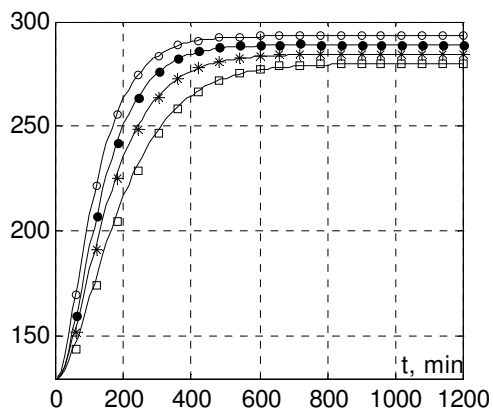
$$\hat{\beta}_i = b_0 + b_1 v + b_2 M + b_3 v M + b_4 v^2 + b_5 v^2 M, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.20)$$

което може да се напише еквивалентно:

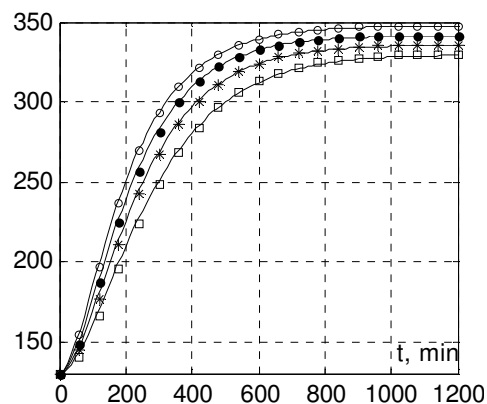
$$\hat{\beta}_i = \tilde{b}_0(M) + \tilde{b}_1(M) v + \tilde{b}_2(M) v^2, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.21)$$

където $\tilde{b}_i(M)$ са полиноми относно M от първа степен. Полученият модел е адекватен.

На фиг.2.1а и фиг.2.1б са дадени преходните процеси при амплитуди 0.88A и 1.18A, при брой коефициенти на Фурие $N = 6$. Предсказаните по модела стойности са означени със: о – при $v = 25\%$, • - $v = 50\%$, * - $v = 75\%$, - $v = 100\%$, а с непрекъснатата линия са изходните преходни характеристики.



Фиг.2.1а



Фиг.2.1 б

Предложен е обобщен динамичен модел на управляем, непрекъснат технологичен обект, динамичните характеристики на който се определят от вектор на параметрични въздействия. Показано е, че за широк диапазон на изменение на параметричните въздействия описващата система функции остава една и съща. Динамичният модел е сепаратен по отношение на вектора на параметричните въздействия и времето, което позволява изследването на обекти от този тип да се провежда и при нестационарни спрямо параметричните въздействия режими.

Глава 3. Използване на ортогонални разлагания при моделиране на параметрично зависими обекти без самоустановяване

3.1. Моделиране на вискозоеластична деформация (едномерен случай)

Разглежда се обобщен математичен модел за описание на процеса на вискозоеластична деформация на полимерни материали. Моделът се прилага за описание на пълзенето на полиетилен (ПЕ) в условия на дифузия на течна обкръжаваща среда – циклохексан, който не встъпва в химическо взаимодействие с полимера. Изходните експерименти са проведени върху образци, достигнали предварително различни нива на насищане с циклохексан и в последствие подложени на механично изпитание на краткотрайно пълзене при чисто усукване и постоянно натоварване $\sigma = 22.71\text{E}+5$ Ра. Измерваната изходна величина е относителната ъглова деформация ε_{12} , [%]. За прегледност на модела и графиките като изходна величина е (означена) $\varepsilon = \varepsilon_{12} \cdot 10^4$. Използва се подходът на ортогоналните разлагания, който е разширен за процес с интегриращи свойства (без самоустановяване). На фиг.3.1 са представени графично изходните данни за деформацията ε , при концентрация C на циклохексан на следните нива: 0%, 2.3%, 5.1% и 7.3%. Тук и по-нататък кривите не са обозначени с номера, не е дадена и концентрацията. Достатъчно е да се има предвид, че с увеличаване на концентрацията деформацията ε , както и производните от нея показатели, нараства (при една и съща стойност на времето).

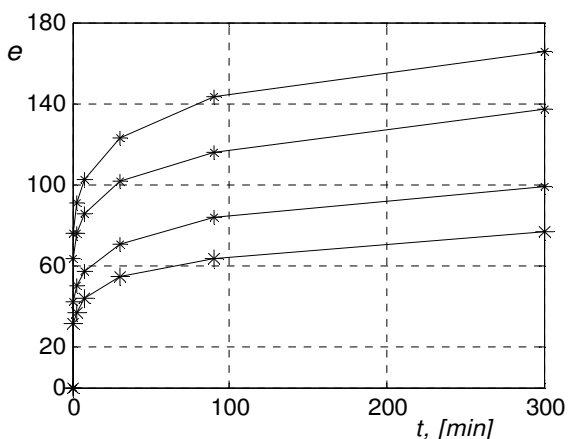
От експерименталните данни се вижда, че след изтичане на определено време скоростта на процеса е постоянна. Това означава:

1. Процесът съдържа интегралната съставка, която трябва да бъде отстранена.
2. След отстраняването на интегралната съставка реакцията на стъпаловидното въздействие не удовлетворява условието за квадратична интегрируемост. Ето защо ще се търси модел на производната на процеса, при което функциите $k_i(\alpha_i t)$ от (2.2) ще бъдат заменени по-късно с техните интегрални функции.

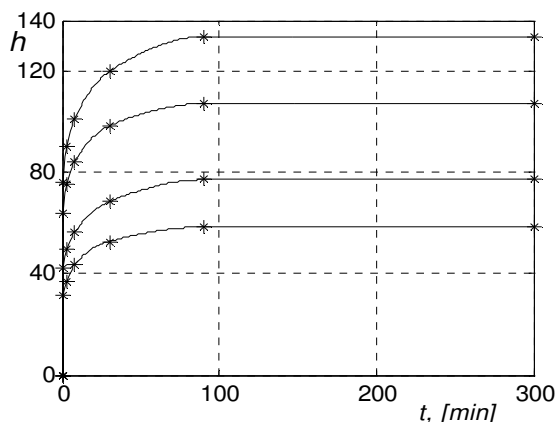
След отделяне на интегралната съставка – резултатите са дадени на фиг.3.2 – за тази част от деформацията е въведено означението h_i , $i = 1 \div 4$.

$$h_i = h(C_i, t) = \varepsilon(C_i, t) - k_u(C_i) t \quad (3.1)$$

($h(C, t)$ има размерност на деформация.) В следващото изложение подточките на разделите следват стъпките на алгоритъма, през който преминава оценяването на ортогоналния сепарабелен модел.



Фиг.3.1. Изходните данни за $\varepsilon = \varepsilon_{12} \cdot 10^4$



Фиг.3.2. Изходни данни за $h(C_i, t)$

3.1.1. Построяване на параметрично зависим модел за интегралната съставка

Търси се модел във вида:

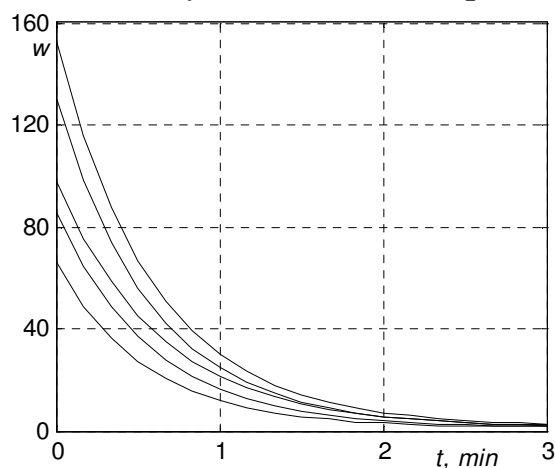
$$W_0(C, s) = \frac{k_u(C)}{s} \quad (3.2)$$

В разглеждания случай и линейният, и експоненциалният модел може да се използват за моделиране на времеконстантата на интегриране с приблизително една и съща точност и имат вида:

$$\hat{k}_u(C) = 0.0586 + 0.0069 C \quad (3.3)$$

$$\hat{k}_u(C) = \exp(-2.8160 + 0.0850 C) \quad (3.4)$$

3.1.2. Определяне на производните на процеса $w(C, t)$, които удовлетворяват условието за квадратична интегруемост



Фиг.3.3.

Основната трудност произтича от голямата скорост на процеса в началните няколко минути, които са определящи за точността на моделирането. По тези причини числено диференциране към изходните данни не е приложимо, както и графични и графоаналитични методи за апроксимация. За определяне на производните $w(C, t)$ на процеса кривите $h(C, t)$ (фиг.3.3) са апроксимирани със сума от експоненти чрез нелинейна оптимизация по метода на Nelder-Mead. В резултат на тази оптимизация процесът се свежда до паралелно свързани две аperiодични звена, чиито

времеконстанти са в съответните диапазони: $T_1 = 21 \div 25 \text{ min}$, $T_2 = 0.58 \div 0.65 \text{ min}$. Производните $w(C, t)$ на процеса са получени чрез аналитично диференциране. Поради голямата скорост на процеса в началния период, тези производни са показани на фиг.3.3 само в интервала $0 - 3 \text{ min}$, за който практически затихват.

3.1.3. Определяне на коефициентите $\{\beta_i\}$

Използването на ортогонален модел с функции на Лагер не води до приемливи резултати по следните причини: двете времеконстанти, апроксимиращи експерименталните данни, са твърде различни, но това прави възможно процесът да е много стръмен в началото, а от друга страна да затихва сравнително бавно. Като алтернатива на това е използвана изчислителната мрежа на Kautz с неидентични реални полюси – $\alpha = [4.5 \ 4.5 \ 0.096 \ 0.096]$. Добра сходимост се постига с 3 члена в разлагането. В Таблица 3.1 са дадени първите 3 коефициенти на Фурие.

Таблица 3.1.

$\{\beta_i\}$	β_1	β_2	β_3
$C = 0\%$	32.3954	-6.7014	3.4983
$C = 2.3 \%$	45.9620	-7.1566	4.2620
$C = 5.1 \%$	68.8877	-11.7182	5.2313
$C = 7.3 \%$	82.7019	-13.7596	6.8020

3.1.4. Определяне на корекционния вектор $K_N(C)$

При практическото използване на получените тук модели трябва да се има предвид ограниченият брой N на участващите в апроксимацията функции $\{K_i(\alpha_i, s)\}$. Тъй като $N \ll \infty$, може да се очаква, че изискванията за съвпадение на началото и края на истинската и

апроксимираната функции ще се нарушат. При промяна на броя на коефициентите N , K_N се променя с цел да не се допуска различие в статиката между обект и модел. В Таблица 3.2 са изчислени корекционните коефициенти $K_N(C_i)$ за $N = 1 \div 6$. След приемането на N и изчисляване на K_N , получените коефициенти $\{\beta_i\}$ се коригират по (1.18)

Таблица 3.2.

$C_i \backslash N$	$N=1$	$N=2$	$N=3$	$N=4$	$N=5$	$N=6$
$C_1 = 0\%$	1.9139	1.5859	0.9834	1.0194	0.9794	1.0203
$C_2 = 2.3\%$	1.7803	1.5404	0.9943	0.9976	0.9730	0.9996
$C_3 = 5.1\%$	1.6503	1.4104	0.9765	1.0024	0.9697	1.0034
$C_4 = 7.3\%$	1.7143	1.4697	0.9912	1.0014	0.9709	1.0027

Във всички следващи представяния на модела – входно-изходни или в пространството на състоянията – трябва да участват коефициентите $\{\hat{\beta}_i\}$ вместо $\{\beta_i\}$.

3.1.5. Намиране на аналитични зависимости за $\{\hat{\beta}_i(C)\}$

Следващата стъпка е определянето на аналитичния израз за коефициентите

$$\hat{\beta}_i(C) = \hat{\beta}_i(C, \theta), \quad i = 1, 2, 3. \quad (3.5)$$

Тук θ е векторът на коефициентите пред включените в зависимостта (3.5) функции на концентрацията. В разглеждания пример са определени следните модели:

1. Модел за $\hat{\beta}_1(C)$ – линеен модел:

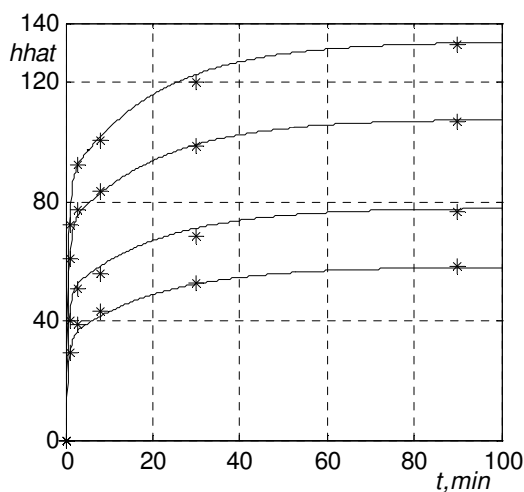
$$\hat{\beta}_1(C) = 31.0794 + 6.9715 * C$$

2. Модел за $\hat{\beta}_2(C)$ – линеен модел:

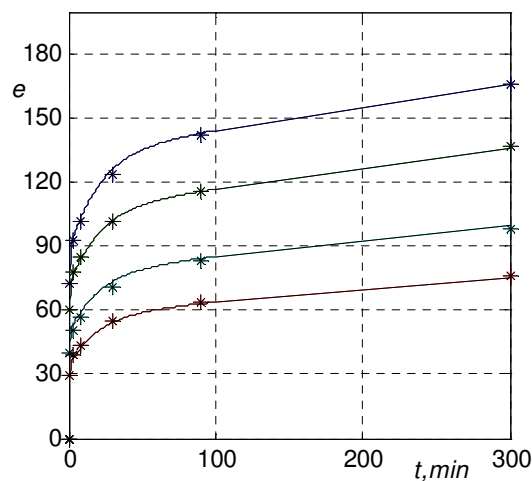
$$\hat{\beta}_2(C) = -5.8805 - 1.0384 * C$$

3. Модел за $\hat{\beta}_3(C)$ – от вида:

$$\hat{\beta}_3(C) = [0.2869 - 0.0188 * C]^{-1}$$



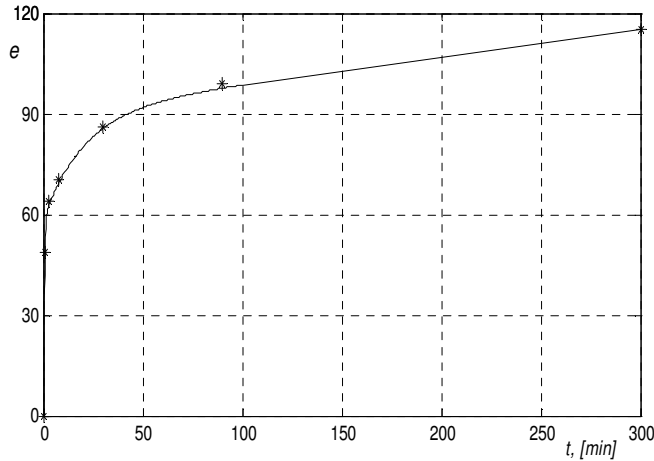
Фиг.3.4.



Фиг.3.5.

Фиг.3.4 илюстрира получените резултати за процесите със самоизравняване $h_i(C_i, t)$,

при ортогонален модел на Kautz с три коефициента на Фурие, получени по тези аналитични модели. Окончателните резултати са представени на фиг.3.5. Моделът на



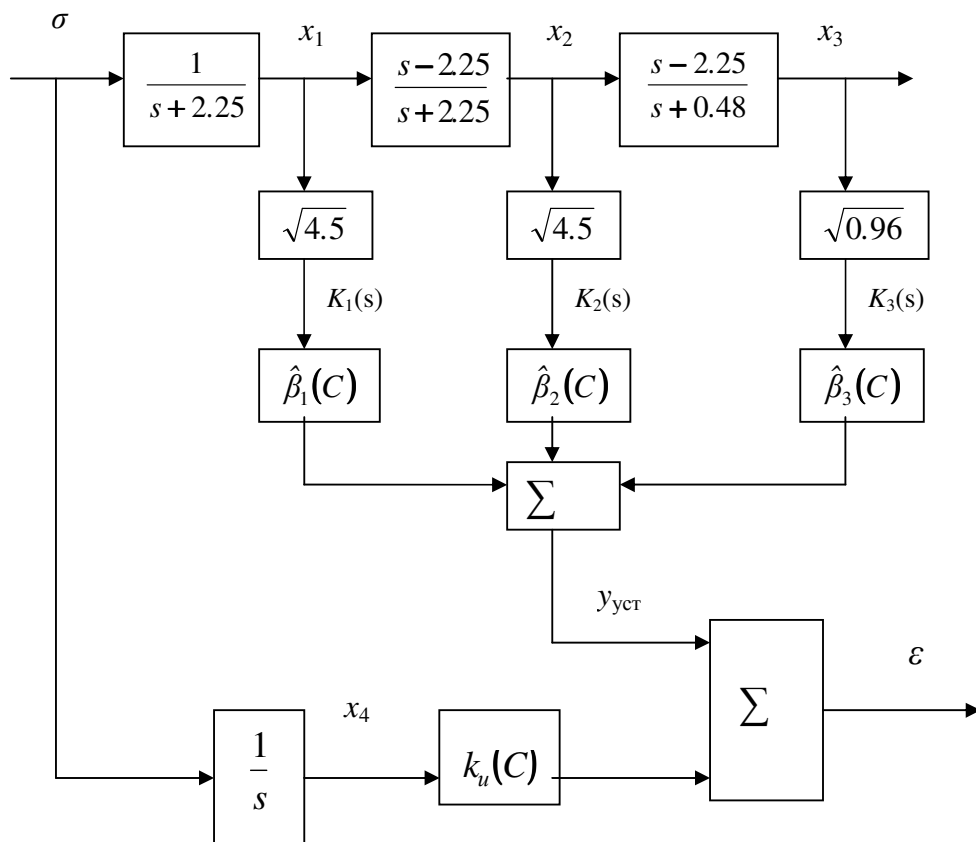
Фиг.3.6. Резултати от контролния опит

деформация ε се получава, като към $h_i(C_i, t)$ се прибави интегралната съставка, която се представя също като параметрично зависима по (3.4).

За диагностична проверка на модела е проведен допълнителен (пети) опит при концентрация $C_5 = 3.5\%$. На фиг.3.6 този експеримент се съпоставя с прогнозата по получения обобщен модел. Графичният вид на тази съпоставка показва много добро съвпадение между резултатите от експеримента и изчисленията.

3.1.6. Вискозоеластична деформация – модел в пространство на състоянията

На фиг. 3.7 е представена структурната схема на обобщения модел на вискозо-



Фиг. 3.7. Обобщен модел на вискозоеластична деформация

еластична деформация. Последният ред от нея, с елемента на вектора на състоянията x_4 , отразява интегралната компонента в изходните данни. На обобщения модел от фиг.3.7 съответстват следните матрици:

$$C^T(C) = [\hat{\beta}_1(C)\sqrt{4.5}, \hat{\beta}_2(C)\sqrt{4.5}, \hat{\beta}_3(C)\sqrt{0.96}, \hat{k}_u(C)] \quad (3.7)$$

$$A = - \begin{bmatrix} 2.25 & 0 & 0 & 0 \\ 4.5 & 2.25 & 0 & 0 \\ 4.5 & 4.5 & 0.48 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^T = [1, 1, 1, 1] \quad (3.8)$$

3.2. Обобщен трипараметричен модел на вискозоеластична деформация (двумерен случай на параметрично зависим процес без самоустановяване)

Подходът, предложен по-горе, е обобщен за моделиране на процеса на вискозоеластична деформация на полиетилен (ПЕ) в условията на изменение на два параметъра: концентрация и натоварване. В условията на двете функционални променливи моделирането на процеса се усложнява. Границите на изменение на концентрацията C са както и при едномерния случай – от 0 до 7.3%, на същите нива: 0%, 2.3%, 5.1% и 7.3%. Натоварването σ е от 1.135 до 5.675 МПа на нива: 1.1350, 2.271, 3.407, 4.535 и 5.675 МПа, т.е. $\lambda = (C, \sigma)$. За оценка на влиянието на двете променливи, елементи на вектора λ , са проведени 20 експерименти при постоянна температура – всички възможни комбинации от нивата на концентрацията и натоварването. Като изходна величина е измервана относителната ъглова деформация във времето – ε_{12} , [%]. За прегледност на модела и графиките като изходна величина е представена (означена) $\varepsilon = \varepsilon_{12} \cdot 10^4$.

3.2.1. Построяване на параметрично зависим модел за интегралната съставка

От експерименталните данни се вижда, че след изтичане на определено време скоростта на процеса е постоянна. Построяването на модела започва с отстраняване на интегралната съставка. Анализът на експерименталните данни красноречиво показва, че при достигане едновременно на горното ниво на концентрацията на насищане и на натоварването значително се променя характерът на процеса на деформацията. Скоростта, с която протича този процес, е рязко по-висока от скоростта при не много различаващи се условия – $\lambda = [7.3\%, 4.535 \text{ МПа}]$ или $\lambda = [5.1\%, 5.675 \text{ МПа}]$. В резултат последният комплект от данни ($C = 7.3\%$, $\sigma = 5.675 \text{ МПа}$) не участва в получаването на обобщения модел.

При търсенето на аналитични зависимости за $k_u(\lambda)$ изборът е измежду полиномните модели от втора и трета, пълна и непълна степен, и линеен модел (с 2 независими променливи). Най-добрият модел е избран въз основа на F -критерия на Фишер и коефициента на множествена корелация като същевременно е пестелив откъм коефициенти:

$$k_u(\lambda) = -0.0088 - 0.0910 C + 0.0229 \sigma + 0.6028 C \sigma - 0.0825 C \sigma^2 + 0.0007 \sigma^3 \quad (3.9)$$

За прецизност на изложението е необходимо да се уточни, че тук параметърът C не е в %, а в тегловни части.

3.2.2. Определяне на коефициентите $\{\beta_i\}$ и на корекционния вектор $K_N(\lambda)$

В раздел 3.1 е показано, че използването на ортогонален модел с функции на Лагер не води до приемливи резултати. Това още повече важи за двумерния случай, където експерименталните данни водят до апроксимация в много по-широка област. Като следствие от всичко това е използвана изчислителна мрежа на Kautz с неидентични реални полюси. Моделът е получен за стойности на скалиращия фактор от т.3.1, $\alpha = [4.5 \ 4.5 \ 0.096]$ – за Модел 2, както и за $\alpha = [5.1 \ 2.6 \ 0.08]$ – за Модел 1. Целта е сравнение на двата модела: а) да се види доколко сходимостта на реда от коефициенти $\{\beta_i\}$ зависи от

промяната на α в определен интервал; в) при функции на Kautz с различна стойност на α каква точност на апроксимация се постига.

След приемането на $N = 3$ и изчисляването на K_N , коефициентите $\{\beta_i\}$ се коригират по формулата:

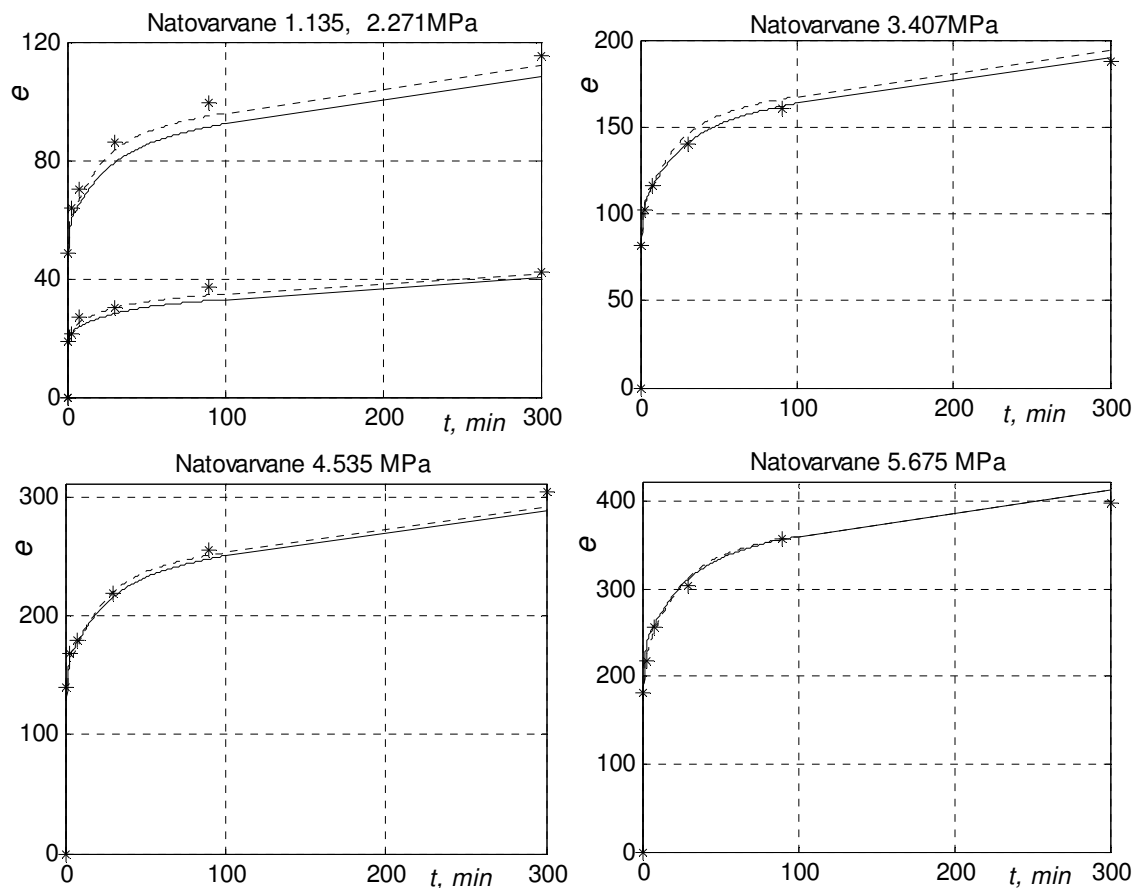
$$\hat{\beta}_i(\lambda) = K_3(\lambda) \beta_i(\lambda) \quad , \quad i = 1, 2, 3. \quad (3.10)$$

В таблица 3.3. са дадени определените аналитични изрази за коефициентите.

Таблица 3.3.

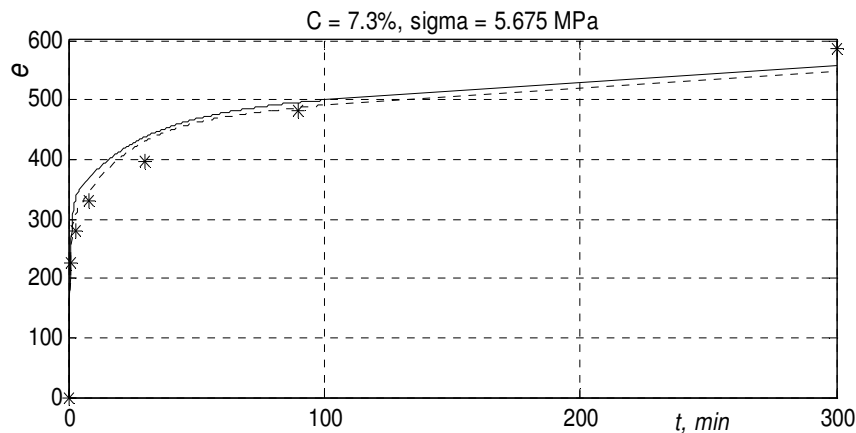
Зависимост за $\hat{\beta}_1(\lambda)$				Зависимост за $\hat{\beta}_2(\lambda)$			Зависимост за $\hat{\beta}_3(\lambda)$		
Модел 1		Модел 2		$f(\lambda)$	Модел1	Модел2	$f(\lambda)$	Модел1	Модел2
$f(\lambda)$	θ	$f(\lambda)$	θ		θ	θ		θ	θ
1	1.5420	1	0.1516	1	3.1777	2.9935	1	-0.6600	-1.1634
C	-3.5868	C	-3.8278	C	1.0253	0.8268	C	-0.0622	0.0104
σ	3.1334	σ	11.5919	σ	1.3962	0.6508	σ	1.7646	2.3136
$C\sigma$	3.6841	$C\sigma$	5.1222	$C\sigma$	0.7430	0.5441	$C\sigma$	-0.0825	-0.1422
C^3	0.0280	$C\sigma^2$	-0.2427	$C^2\sigma$	0.0630	0.0499	$C\sigma^2$	0.0553	0.0763
σ^3	0.2896	σ^3	0.3386	σ^3	0.1611	0.1319	C^3	0.0017	0.0027

За диагностична проверка на получения модел са проведени допълнителни опити при концентрация $C_5 = 3.5\%$ и същите 5 натоварвания. Тези резултати са представени на фиг.3.8, където резултатите за Модел 1 са с непрекъсната линия, а за Модел 2 – с пунктир. Графичният вид на съпоставката показва много добро съвпадение между резултатите от експеримента и изчисленията и за двата модела.



Фиг.3.8. Резултати за контролния опит при $C=3.5\%$.

За завършеност на изследването на фиг.3.9 са представени резултатите за граничната точка от изследваната област: $C = 7.3 \%$ и $\sigma = 5.675 \text{ MPa}$.



Фиг.3.9. Резултати за граничната точка

3.3. Моделиране на процеса на карботермична редукция с функции на Лагер

Процесът на карботермична редукция на системата $\text{Fe} - \text{Si} - \text{Al} - \text{O} - \text{C}$ зависи от съотношението на окисите на желязото – x_1 , алуминия – x_2 и силиция – x_3 , което при развитието на процеса остава постоянно. Компонентите на $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ изпълняват условието:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 100\% \quad (3.11)$$

По технологични съображения са приети граници на изменение, както следва: $x_1 - [0, 30\%]$; $x_2 - [10\%, 40\%]$ и $x_3 - [30\%, 60\%]$. За оценка на влиянието на трите променливи са проведени по 6 експеримента при постоянна температура

$$\theta' = [1673 \ 1873 \ 2073 \ 2273 \ 2373], \quad (3.12)$$

в градуси по Келвин. Като изходна величина е измервана степента на редукция във времето (в %) при различни комбинации на трите компонента на $\mathbf{x}$, в съответствие с план на експеримента на Шефе. Моделирането на процеса на редукция се усложнява от обстоятелството, че функционалните променливи са общо четири: една независима променлива (температурата θ) и три взаимнозависими променливи $\mathbf{x}$ – компонентите на сместа, т.е.

$$\lambda = (\mathbf{x}, \theta) \quad (3.13)$$

Поради разликата в порядъка на взаимнозависимите и независимата функционални променливи при моделирането на процеса на редукция се използват кодирани стойности за температурата в интервала $[-1; 1]$. Времето за провеждане на експеримента е регламентирано от технологични съображения и за това време в някои случаи се достига до насищане (при високите температури), а в други – не се достига установена стойност. За тези от експерименталните криви, при които се достига до насищане (100% редукция), за общност на модела се прави екстраполация с опитно намерените времекостанти на интегриране.

Изграждането на модел на параметрично зависимия процес без самоустановяване $hu(\lambda, t)$ започва с определяне на времекоциантите на интегриране $Tu(\mathbf{x}, \theta)$, реципрочни на ъгловия коефициент на апроксимиращите прави. При търсенето на аналитични зависимости за $Tu(\mathbf{x}, \theta)$ е разгледан моделът:

$$Tu(x, \theta) = \sum_{j=1}^3 b_j(\theta) x_j + \sum_{j=1}^3 \sum_{s=j+1}^3 b_{js}(\theta) x_j x_s, \quad (3.14)$$

където коефициентите в (6.8) са полиноми от трета степен спрямо θ :

$$b_j(\theta) = \sum_{v=0}^3 b_{jv} \theta^v, \quad b_{js}(\theta) = \sum_{v=0}^3 b_{jsv} \theta^v \quad (3.15)$$

Изчислени са първите 6 коефициенти на Фурие $\{\beta_i(x, \theta)\}$, които в този случай са достатъчни, а $\alpha = 0.033 \text{ s}^{-1}$. Следващата стъпка е определянето на аналитичния израз за коефициентите

$$\beta_i = \beta_i(x, \theta) \quad (3.16)$$

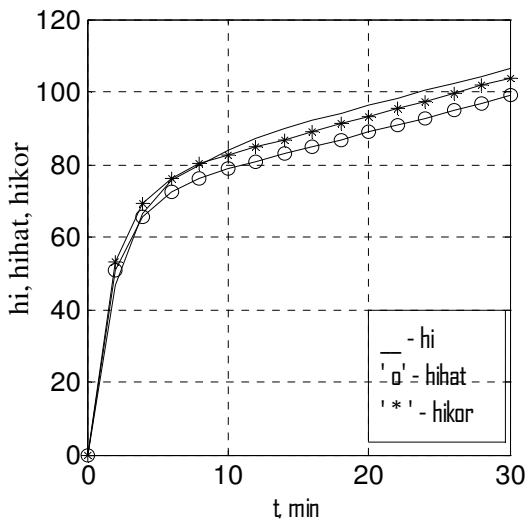
В разглеждания пример са определени 5 модела – за различните температури (6.2) – като

$$\beta_i = \beta_i(x) \mid \theta = \text{const} \quad (3.17)$$

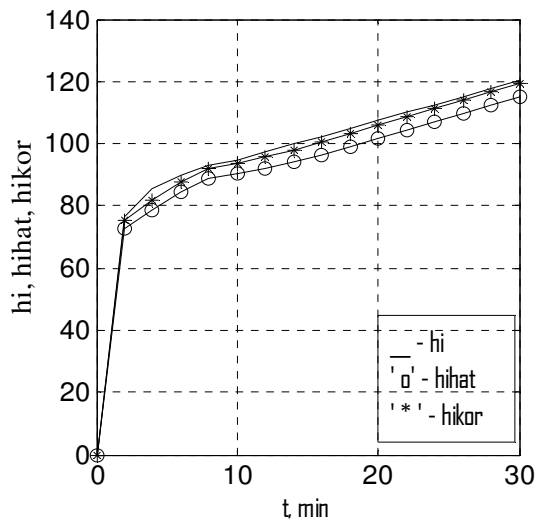
където $\beta_i(x)$ има вида:

$$\beta_i(x) = \sum_{j=1}^3 b_j x_j + \sum_{j=1}^3 \sum_{s=j+1}^3 b_{js} x_j x_s, \mid \theta = \text{const} \quad (3.18)$$

Този модел няма степени на свобода. За диагностична проверка на получения модел е използван проведен допълнителен (седми) опит, който се съпоставя с прогнозата по моделите (3.14), (3.15) и (3.18). Графичният вид на тази съпоставка е показан на фиг.3.10 и фиг.3.11. Тя показва много добро съвпадение между резултатите от експеримента и изчисленията.



Фиг.3.10. $x = (20, 30, 50)$, $\theta = 2273 \text{ K}$



Фиг.3.11. $x = (20, 30, 50)$, $\theta = 2373 \text{ K}$

Заклучение

Получен е динамичен модел на реален технологичен процес. Функционалните променливи (вектора λ) са три взаимнозависими и една независима променлива, за които е проведен планиран експеримент.

Глава 4. Оценка на параметрично зависим модел от преходна характеристика с шум

Един подход за получаването на модел от преходна характеристика с шум е с използване на ортогоналните разлагания. Нека преходната характеристика на устойчива система с параметрично зависима предавателна функция $W(\lambda, s)$ е:

$$\tilde{h}(\lambda, t) = h(\lambda, t) + \xi(\lambda, t) \quad (4.1)$$

където с $h(\lambda, t)$ е означена преходната характеристика на процеса, и с $\xi(\lambda, t)$ – изходната адитивна смущаваща величина, за която е в сила предположението $|\xi(\lambda, t)| < \infty$. Един начин да се получи модел на Kautz, в частност – на Лагер, от тези данни е да се получи оценката на тегловната характеристика чрез диференциране на преходната характеристика: $\tilde{w}(\lambda, t) = d\tilde{h}(\lambda, t)/dt$. Но диференцирането на измерената преходна характеристика увеличава ефектите на шума и води до изчислителни проблеми. Затова се използва интегриране по части, така че производната вместо от преходната характеристика да се търси от функциите на Kautz. Така се избягва апроксимацията на производна от смущението. Уравнението за оценяване на i -тия коефициент в Kautz модела на преходна характеристика с шум $\tilde{h}(\lambda, t)$ става

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_i(\lambda) &= \int_0^{\infty} \frac{d}{dt} \tilde{h}(\lambda, t) k_i(\alpha_i t) dt = \\ &= [\tilde{h}(\lambda, t) k_i(\alpha_i t)]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \tilde{h}(\lambda, t) \dot{k}_i(\alpha_i t) dt \end{aligned} \quad (4.2)$$

където $\{k_i(\alpha_i t)\}$ са функциите на Kautz, а $K_i(\alpha_i s)$ са образите им по Лаплас и

$$\tilde{W}(\lambda, s) = \sum_{i=1}^N \tilde{\beta}_i(\lambda) K_i(\alpha_i s) \quad (4.3)$$

Тъй като за всяко $\alpha_i > 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} k_i(\alpha_i t) = 0$ и отчитайки, че $\tilde{h}(\lambda, 0) = 0$, първият член на дясната страна на (4.2) е равен на нула. Следователно

$$\tilde{\beta}_i(\lambda) = - \int_0^{\infty} \tilde{h}(\lambda, t) \dot{k}_i(\alpha_i t) dt \quad (4.4)$$

При процеси с интегриране (с полюс в $s = 0$), алгоритмът за оценяване по-горе трябва да се модифицира, тъй като за този тип процеси тегловната характеристика не е квадратично интегрируема. Ако процесът има едно интегриращо звено, то предавателната функция има вида:

$$W_1(\lambda, s) = \frac{1}{s} W(\lambda, s) \quad (4.5)$$

Нека $W_1(\lambda, s)$ в присъствието на шум се представя с модел на Kautz с N члена

$$\tilde{W}_1(\lambda, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^N \tilde{\beta}_i(\lambda) K_i(\alpha_i s) \quad (4.6)$$

където коефициентите $\tilde{\beta}_i(\lambda)$ може да се получат като преходната характеристика се диференцира 2 пъти:

$$\tilde{\beta}_i(\lambda) = \int_0^{\infty} \frac{d^2}{dt^2} \tilde{h}(\lambda, t) k_i(\alpha_i t) dt \quad (4.7)$$

При допускането, че началните условия за тегловната и преходната характеристика са равни на нула, т.е. $h(\lambda, 0) = w(\lambda, 0) = 0$, и два пъти интегриране по части на (4.7), за коефициентите се получава следното решение, базирано на измерени данни за преходната характеристика:

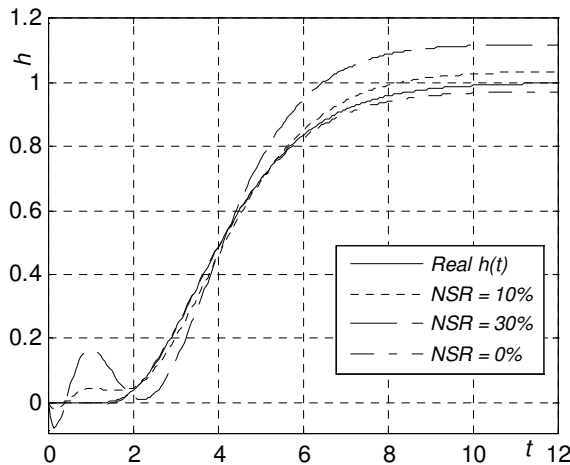
$$\tilde{\beta}_i(\lambda) = \int_0^{\infty} \tilde{h}(\lambda, t) \ddot{k}_i(\alpha_i t) dt \quad (4.8)$$

Пример на ортогонален модел по снета преходна характеристика с шум

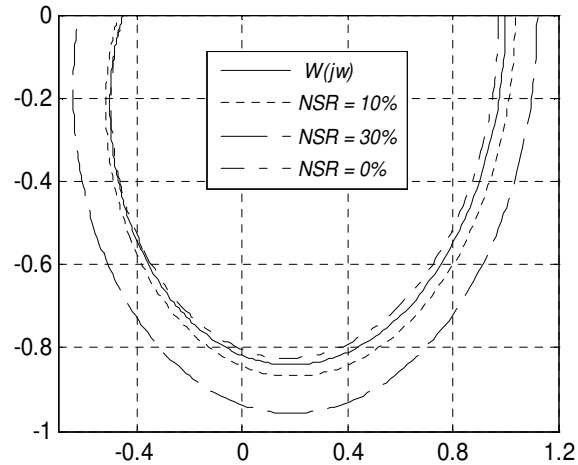
Разглежда се монотонен процес от висок ред (от литературата), чиито Лапласов образ има вида:

$$W(s) = \frac{2.4(s+5)\exp(-s)}{(s+1)^3(s+3)(s+4)} \quad (4.9)$$

Разглеждат се 3 нива на шума: NSR = 0%, 10% и 30%. С търсения ортогонален модел за (4.9) се изследва влиянието на чистото закъснение и нивото на шума върху скалиращия фактор α , при използване на функции на Лагер и Kautz. Визуализация на резултатите за $N = 4$ и $\alpha = 2.3$ е дадена на фиг.4.1 и на фиг.4.2.



Фиг.4.1. Преходни характеристики



Фиг.4.2. Честотни характеристики

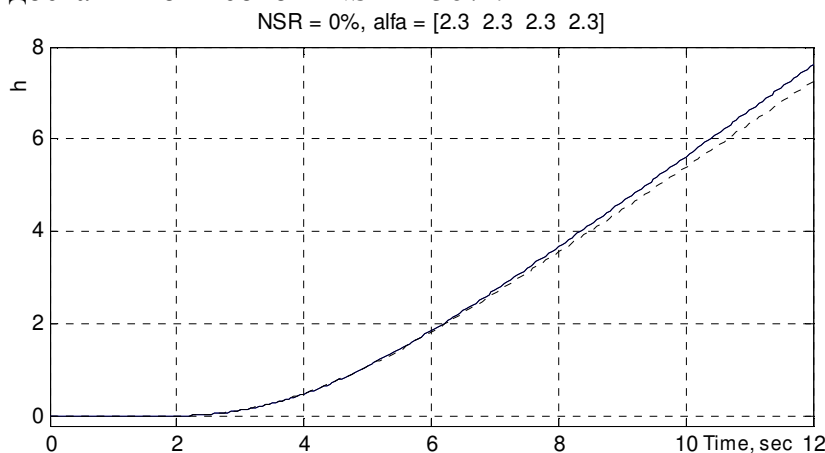
Пример за получаване на ортогонален модел по снета преходна характеристика за обект с интегриране

Разглежда се обекта с предавателна функция (4.9) и добавено интегриращо звено. Коефициентите на Фурие $\tilde{\beta}(\lambda)$ в ортогоналния модел се изчисляват по (4.8). На фиг.4.3 до фиг.4.5 са показани резултатите от моделирането при различни нива на шума и модел с ортогонални функции на Лагер при $\alpha = 2.3$. (Реалният процес е представен с права линия, а оценения по модела – с пунктир.)

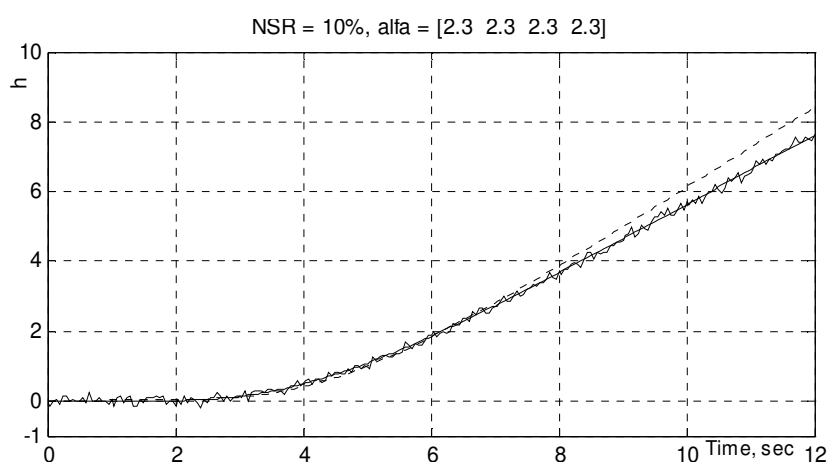
Съпоставят се резултатите при различни нива на насложения шум и едни и същи функции на Kautz. Вижда се, че тези резултати не се различават съществено от тези, получени с използване функциите на Лагер. **Обяснение:** това се дължи основно на факта, че отношението между максималната и минималната времеконстанта е малко (едва 4).

Резултатите, получени за стойности на скалиращия вектор [5 3 2.4 1.6], които са различни както помежду си, така и с действителните времеконстанти на процеса,

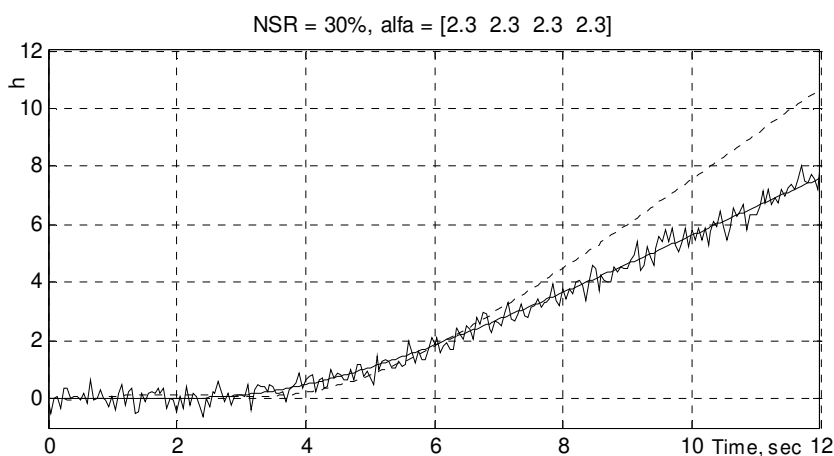
потвърждават робастността на метода едновременно към избора на α и към нивото на шума, което тук е достатъчно високо – $NSR = 30\%$.



Фиг.4.3.



Фиг.4.4.



Фиг.4.5.

Противно на очакванията, при значителен шум и времезакъснение грешката на модела не намалява с увеличаване на реда му, поне в някакви граници. **Обяснение:** това следва от обстоятелството, че с увеличаването на поредния номер на функцията на Лагер се увеличава колебателността ѝ и с това се намаляват филтриращите ѝ свойства.

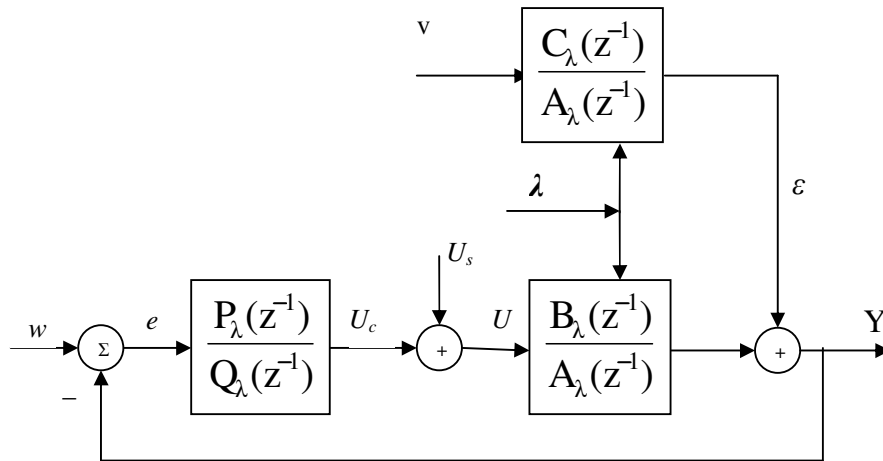
Същественият предимства на ортогоналните модели при преходна характеристика с шум са: 1) не се диференцира преходната характеристика; 2) не се прибегва до изглаждането ѝ; 3) не е необходимо обръщане на матрици.

Глава 5. Самонастояващи се параметрично зависими системи

В тази глава са разгледани дискретни модели на параметрично зависими обекти и въпроси на тяхното управление. Когато функционалните променливи варират, динамичните характеристики на системата се променят. Затова обикновените линейни регулатори не могат да работят при тези условия. Моделът на системата и алгоритъмът на регулатора трябва да се изменят в съответствие с новите работни условия, причинени от резки изменения на функционалните променливи.

5.1. Идентифицируемост на параметрично зависими системи в затворен контур

Разглежда се едномерна система (SISO), показана на фиг.5.1.



Фиг.5.1. Затворен контур на параметрично зависима система.

Използвани са следните означения. Изходът на системата е Y , U е входа, w е заданието на системата, $e = w - Y$, U_s е външен сигнал, U_c е изхода на регулатора, $U = U_s + U_c$, v е бял шум, ε – цветен шум, $\lambda = (x_1, x_2 \dots x_m)$ е векторът на функционалните променливи. За описание на процеса се използва моделът:

$$Y(z) = \frac{B_\lambda(z^{-1})}{A_\lambda(z^{-1})} U(z) + \frac{C_\lambda(z^{-1})}{A_\lambda(z^{-1})} v(z) \quad (5.1)$$

където

$$\begin{aligned} A_\lambda(z^{-1}) &= 1 + a_1(\lambda) z^{-1} + \dots + a_n(\lambda) z^{-n} \\ B_\lambda(z^{-1}) &= b_1(\lambda) z^{-1} + \dots + b_n(\lambda) z^{-n} \\ C_\lambda(z^{-1}) &= 1 + c_1(\lambda) z^{-1} + \dots + c_n(\lambda) z^{-n} \end{aligned} \quad (5.1a)$$

За простота редът на полиномите $A_\lambda(z^{-1})$, $B_\lambda(z^{-1})$ и $C_\lambda(z^{-1})$ е избран един и същи, но това не води до загуба на общност. Предавателната функция на регулатора е:

$$G_R(z^{-1}) = \frac{Q_\lambda(z^{-1})}{P_\lambda(z^{-1})} \quad (5.2)$$

където

$$\begin{aligned} Q_\lambda(z^{-1}) &= q_0(\lambda) + q_1(\lambda) z^{-1} + \dots + q_v(\lambda) z^{-v} \\ P_\lambda(z^{-1}) &= 1 + p_1(\lambda) z^{-1} + \dots + p_\mu(\lambda) z^{-\mu} \end{aligned}$$

Параметрите на регулатора се изчисляват на база на модела на обекта и следователно, те зависят от функционалните променливи.

Ако λ е константа за всички наблюдения ($k = 1, 2, \dots, N$), то трябва да са изпълнени известните условия за идентифицируемост. В съответствие с тях редовете на $A(z^{-1})$ и $C(z^{-1})$ трябва предварително да са известни и да са изпълнени неравенствата:

$$\mu \geq n-1 \text{ и } \nu \geq n-1 \quad (5.3)$$

Ако системата има чисто закъснение, равно на d дискретни такта, последното условие има вида: $\nu \geq n-d-1$. Ако параметрите на регулатора не се изменят под влиянието на функционалните променливи, тези условия имат място дори и при възможни вариации на λ .

Съществува допълнително условие за идентифицируемост в затворен контур на параметрично зависими системи. То може да се формулира така: $f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_m(\lambda)$ трябва да образуват система от линейно независими функции спрямо стойностите на λ , наблюдавани по време на идентификационния процес.

За случая когато моделът за коефициентите в (5.1a) е полином и $f_i(\lambda) = \lambda_j^\gamma$, където γ е най-високата степен на λ_j . Известно е, че необходимото, но не и достатъчно условие за линейна независимост на $f_i(\lambda)$ е λ да приема поне $(\gamma+1)$ различни стойности λ_j по време на експеримента. Следователно това е необходимо условие за идентифицируемост на системата. Друго необходимо условие е броят на различните стойности на λ да бъде по-голям или поне равен на броя на коефициентите в уравнението.

При идентификация в затворен контур, ако параметрите на регулатора се изменят нелинейно при вариране на λ , условията (5.3) не са необходими за идентифицируемост в затворен контур. Но условието за линейна независимост на $f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_m(\lambda)$ се явява необходимо.

Когато се прилага допълнителен сигнал U_s , от фиг.8.1 се вижда, че е в сила съотношението:

$$U(z) = \frac{Q_\lambda(z^{-1})}{P_\lambda(z^{-1})} Y(z) + U_s(z)$$

Изпълнението на неравенствата (5.3) не е необходимо условие за идентифицируемост на параметрично зависима системата в затворен контур, въпреки стойностите на λ по време на идентификационната процедура. Линейна независимост на функциите $f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_m(\lambda)$ по време на експеримента, остава необходимо условие за идентифицируемост на системата.

Тези резултати може да се прилагат и за метода на обобщените най-малките квадрати, както и за метода на инструменталните променливи, защото и в двата се използва матрицата Φ_N . Съответните им рекурсивни методи за оценяване имат подобни свойства относно идентифицируемостта. Тези резултати могат да бъдат обобщени за рекурсивния метод на максималното правдоподобие и за разширения метод на най-малките квадрати.

5.2. Самонастояващи се параметрично зависими системи за управление

Когато векторът λ не се променя, моделът съответства на широко известните ARMA или ARMAX модели. Затова могат да се използват цифровите регулатори, базирани на

такива модели. Когато се появи рязко изменение на λ , коефициентите в модела се преизчисляват и могат да се използват за настройка на регулатора. По този начин може да се осъществи бърза настройка на системата при новите работни условия. За да се вземат под влияние други бавни и неизмерими трендове може да се използва адаптивен регулатор. За илюстрация се разглежда регулатор с минимална дисперсия.

Проведен е симулационен експеримент с процес с предавателна функция:

$$G_o(z^{-1}) = \frac{b_1(\lambda) z^{-1} + b_2(\lambda) z^{-2}}{1 + a_1(\lambda) z^{-1} + a_2(\lambda) z^{-2}} \quad (5.4)$$

Двете функционалните променливи λ_1 и λ_2 се изменят в интервала: $-1 \leq \lambda_1, \lambda_2 \leq 1$. Белият шум v преминава през филтър с дискретна предавателна функция:

$$G_F(z^{-1}) = \frac{1 + c_1(\lambda) z^{-1} + c_2(\lambda) z^{-2}}{1 + a_1(\lambda) z^{-1} + a_2(\lambda) z^{-2}} \quad (5.5)$$

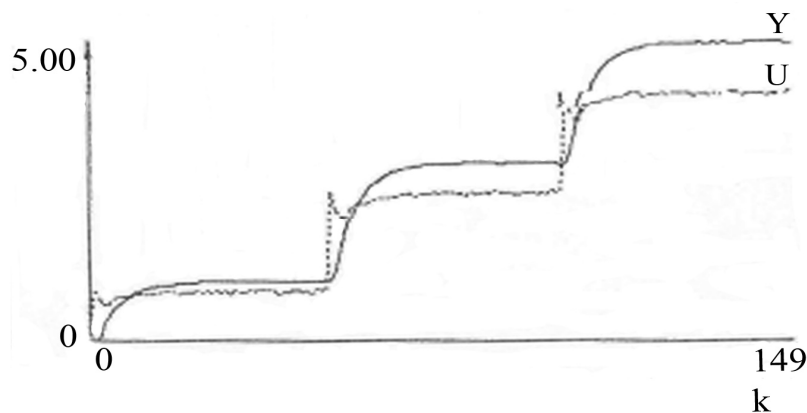
Изходът на филтъра е симулирания оцветен шум ε . Параметрите на шума са избрани така, че отношението шум/сигнал $NSR = 5\%$. Нека

$$\begin{aligned} \theta_1(\lambda) &= a_1(\lambda) = -1.036 - 0.065 \lambda_1 + 0.04 \lambda_2 + 0.015 \lambda_1 \lambda_2 \\ \theta_2(\lambda) &= a_2(\lambda) = 0.2636 + 0.04 \lambda_1 - 0.018 \lambda_2 - 0.0124 \lambda_1 \lambda_2 \\ \theta_3(\lambda) &= b_1(\lambda) = 0.1387 - 0.014 \lambda_1 + 0.0085 \lambda_2 + 0.0075 \lambda_1 \lambda_2 \\ \theta_5(\lambda) &= c_1(\lambda) = 0.05 + 0.005 \lambda_1 + 0.0075 \lambda_2 - 0.04 \lambda_1 \lambda_2 \\ \theta_6(\lambda) &= c_2(\lambda) = 0.8 + 0.1 \lambda_1 - 0.05 \lambda_2 - 0.03 \lambda_1 \lambda_2 \end{aligned} \quad (5.6)$$

За управление е използван $MV3(\lambda)$ –регулатор. За да се елиминира статичната грешка, изходът на регулатора преминава през PI –блок, така че се използва следната предавателна функция:

$$G_R(z^{-1}) = - \frac{[C_\lambda(z^{-1}) - A_\lambda(z^{-1})]z}{z B_\lambda(z^{-1}) + \frac{r}{b_1} C_\lambda(z^{-1})} \cdot \left(1 + \frac{\text{alfa}}{z - 1}\right)$$

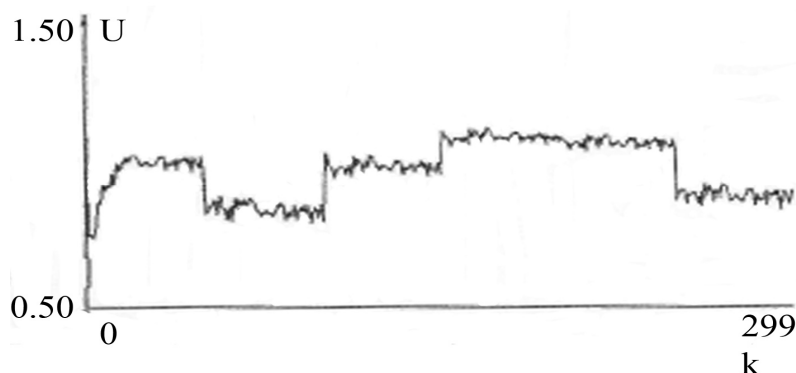
където $\text{alfa} = 0.02$ и $r = 0.01$.



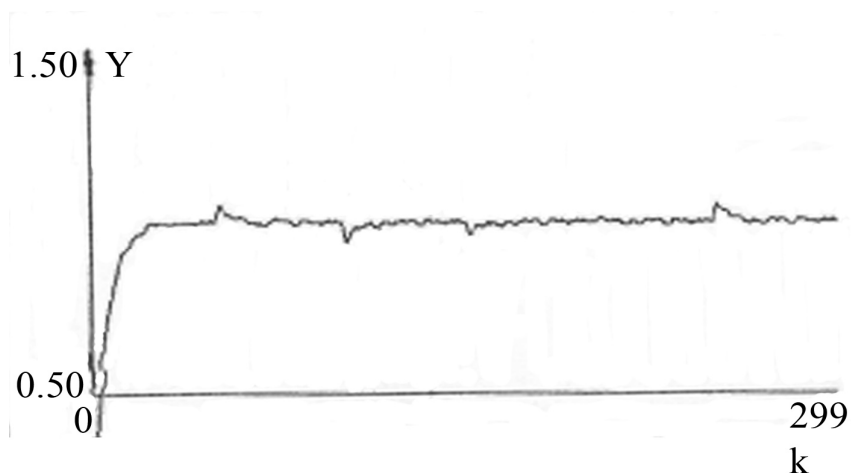
Фиг.5.2. Изхода Y и входа U на системата за $\lambda_1 = 1$ и $\lambda_2 = -1$

Предварително е проведена идентификация в затворен контур, при която функционалните променливи се изменят, в съответствие с план на експеримента. Изходът

Y и входът U на системата за $\lambda_1 = 1$ и $\lambda_2 = -1$ са показани на фиг.5.2, когато заданието се изменя на следните нива: $w=1$, $w=3$, $w=5$.



Фиг.5.3. Входа на процеса при резки изменения на функционалните променливи



Фиг.5.4. Изхода на процеса при резки изменения на функционалните променливи

Таблица 5.1. Стойности на функционалните променливи.

k	λ_1	λ_2	Gain
1 – 50	0	0	1.00
51 – 100	1	-1	1.20
101 – 150	0.3	0.5	1.02
151 – 200	-0.7	0.5	0.92
201 – 250	-0.5	0.1	0.95
251 – 300	0.8	-0.7	1.14

Фиг.5.3 и фиг.5.4 показват входните и изходните сигнали на процеса, при изменение на заданието от $w = 0$ до $w = 1$. По време на този експеримент са симулирани резки изменения на функционалните променливи в съответствие с Таблица 5.1.

Разгледаният пример илюстрира работоспособността на този подход. Вижда се, че регулаторът осигурява добро качество на управление.

Изводи

Изследвани са условията за идентифицируемост в затворен контур на параметрично зависими системи. Показано е, че при параметрично зависими системи към общите условия за идентифицируемост е необходима и линейна независимост на функциите, наблюдавани по време на идентификацията: $f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_m(\lambda)$.

Използването на параметрично зависими модели за целите на управлението позволява да се вземат под внимание внезапни изменения на функционалните променливи чрез използване на линейни регулатори с настройващи се коефициенти.

Приведен е симулационен пример, който илюстрира добро качество на управление при използването на $MV3(\lambda)$ –регулатор.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В дисертационния труд са разгледани въпроси, свързани с използването на ортогоналните разлагания за моделиране на обекти с променлива динамика, зависеща от известен брой външни (функционални) променливи – параметрично зависими обекти. Значението на тези проблеми е както от гледна точка на получаването на модели на явления от различни области на знанието, така и за оптимизацията и управлението на технологични процеси при промяна на условията на функциониране под действието на външни променливи. Въз основа на проведените в дисертацията проучвания, изследвания и анализи могат да се направят следните обобщения и изводи:

1. Изведени са зависимостите между входно-изходните описания и описанията в пространството на състоянията за разглеждания клас динамични характеристики, при използване на функции на Kautz (с различни реални полюси).

- Обосновано е въвеждането на корекционен коефициент (с цел елиминиране на статичната грешка).
- При наличие на чисто закъснение е необходимо полюсите на филтрите на Kautz да се избират по-малки от полюсите на предавателната функция. Показано е, че апроксимацията с функциите на Kautz е робастна към избора на α в доста широки граници, като дори не е необходимо да обхваща целия диапазон на времеконстантите/ полюсите.
- От съпоставка на апроксимацията с функции на Kautz и Лагер, убедително са показани особеностите и предимствата при използване на функциите на Kautz. При използване на ортогонални функции на Лагер, приблизително същата точност се получава с много по-голям брой коефициенти.

2. Установено е, че използването на ортогонални функции е полезно средство за моделиране динамиката на процеси при МРС. Главните им предимства са:

- Гъвкавост и проста структура, атрактивна за практически приложения.
- Възможността да бъдат описани в пространството на състоянията динамични характеристики, съдържащи закъснение, е съпоставена при два начина за представяне на закъснението: а). Използване на формулата на Лагер; б). Апроксимацията се прилага пряко върху предавателната функция (или тегловната характеристика) на обект със самоизравняване; Като междинен етап и при двата подхода е използвана ортонормална система функции. Може да се твърди, че апроксимацията на чистото закъснение с формулата на Лагер има предимства при известна точна стойност на τ и при негови големи относителни стойности.
- Показано е, че прилагането на функции на Kautz (с различни реални полюси) дава съществени предимства при процеси, протичащи с голяма скорост в началото, но затихващи сравнително бавно и при наличие на чисто закъснение.
- В тези случаи, при използване на ортогонални функции на Kautz има бърза сходимост на реда от коефициенти на Фурие, от което следва, че могат да се използват само първите няколко члена в разлагането. Намаленият брой функции води до ефикасен начин за съхраняване на параметрите на модела и за филтрация на данните от обекта, като в същото време се постига задоволителна апроксимация.
- За процеси, протичащи с постоянна скорост на изменение, методът е приложим след отделяне на интегралната съставка.

3. Цялостно са изследвани въпросите по апроксимацията на динамични характеристики на обосновано избран клас обекти – параметрично зависими, с използването на ортогонални функции на Kautz и Лагер.

- Моделите на параметрично зависими процеси, основаващи се на представянето в ортогонален ред, не предполагат линейност на динамичните характеристики на процеса, а единствено квадратична интегрируемост.

- Показано е, че за широк диапазон на изменение на параметричните въздействия описващата

система функции остава една и съща. Динамичният модел е сепарабелен по отношение на вектора на параметричните въздействия и времето, което позволява изследването на обекти от този тип да се провежда и при нестационарни спрямо параметричните въздействия режими.

- С подходящ избор на скалиращия вектор се подобрява точността на предложения модел. Редът на модела може да бъде намален, но да се запази високата му пригодност. Очевидно, това е компромис между ред и пригодност и се взема под внимание за всяка специфична цел.

- Получените коефициенти в модела съхраняват стойността си за различни области на представяне – непрекъсната и дискретна, честотна и времева, и в пространство на състоянията.

- Показано е, че при описание в пространство на състоянията матриците A и B остават постоянни и само векторът C е функция от параметъра, определящ динамиката на процеса. Това позволява да се предскаже развитието на процеса, от който и да е момент нататък, като за целта е изчислена преходната матрица $\Phi(t, t_0)$.

4. Получени са адекватни модели, за достатъчно сложни реални процеси от различни области. Структурата им е удобна за практическа реализация/ приложение.

- Предложен е обобщен динамичен модел на управляем, непрекъснат технологичен обект, динамичните характеристики на който се определят от вектор на параметрични въздействия. Като междинна фаза на това описание е използвана апроксимация с ортонормална система от функции на Лагер.

- При използване на ортогонални функции на Kautz с различни реални полюси е получен адекватен математичен модел за процеса на вискозоеластична деформация. Моделът е сепарабелен и съдържа променливи коефициенти, които зависят от независима външна променлива (в случая концентрацията на насищане с циклохексан).

- Получен е обобщен ортогонален модел на вискозоеластична деформация, развитието във времето на който зависи от два параметъра (концентрацията на циклохексан и натоварването).

- Моделирането на процеса на карботермична редукция (с функции на Лагер) се усложнява от обстоятелството, че функционалните променливи са общо четири: една независима променлива (температурата θ) и три взаимнозависими променливи – компонентите на сместа

- Демонстрирани са робастните свойства и ефективност на тези модели.

- Възможността чрез ортогонални разлагания да бъдат апроксимирани процеси със/без самоустановяване съществено разширява областта на приложение на този подход.

5. Обосновано е представянето на линейни непрекъснати процеси въз основа на преходни характеристики с шум чрез ортогонални модели. Предложен е алгоритъм, който

разширява подхода за изграждане на модели на параметрично зависими процеси с интегриране и оценяване на коефициентите на Kautz в ортогоналното разлагане.

- За да се изследва робастността на метода, той е тестван при различно (и то значително) ниво на шума. Робастността на метода ясно се вижда. Логично, методът е нечувствителен при вариране, в някакви граници, на скалиращия фактор.
- Очертани са ясно съществените предимства на предложения алгоритъм: избягва се както диференцирането на зашумената преходна характеристика (което увеличава ефектите на шума и създава изчислителни проблеми), така и необходимостта от филтрация на експерименталните данни, което често води до неточности (от загубата на информация при самата филтрация). Необходима е малко априорна информация за реда и времезакъснението на обекта. Методът е приложим при чисто закъснение и неминимално фазови системи. Той не включва инверсията на матрицата от входно-изходни данни и се избягват каквито и да са изчислителни проблеми, асоциирани с инверсията на тази матрица. Осигурява висока точност едновременно във времевата и в честотната област.
- Предложеният подход е неприложим, ако тегловната характеристика на обекта не започва от нула. Ясно е, че този алгоритъм не може да се използва за моделиране на процесите описани в Глави 4, 5 и 6.
- Противно на очакванията, при значителен шум и времезакъснение, грешката на модела не намалява с увеличаване на реда му. Това следва от обстоятелството, че с увеличаването на поредния номер на функцията на Лагер/ Kautz се увеличава колебателността ѝ и с това се намаляват филтриращите ѝ свойства.
- Резултатите, получени по предложения метод са сравними и (в редица отношения) по-добри от съществуващите.

6. Разгледани са дискретни модели на параметрично зависими обекти и въпроси на тяхното управление.

- Изследвани са условията за идентифицируемост в затворен контур на параметрично зависими системи. Показано е, че при параметрично зависими системи към общите условия за идентифицируемост е необходима и линейна независимост на функциите, наблюдавани по време на идентификацията: $f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_m(\lambda)$.
- Използването на параметрично зависими модели за целите на управлението позволява да се вземат под внимание внезапни изменения на функционалните променливи чрез използване на линейни регулатори с минимална дисперсия, с настройващи се коефициенти – $MV3(\lambda)$.
- Разработените в дисертацията методи и алгоритми са програмно осигурени. С тези програми са решени всички представени в дисертацията примери, с което е доказана работоспособността им.

По-важни резултати (приноси) в дисертацията

I. От съпоставка на апроксимацията с функции на Kautz и Лагер, убедително са показани особеностите и предимствата при използване на функциите на Kautz.

- Показано е, че прилагането на функции на Kautz (с различни реални полюси) дава съществени предимства при процеси, протичащи с голяма скорост в началото, но затихващи сравнително бавно и при и наличие на чисто закъснение.
- При наличие на чисто закъснение е необходимо полюсите на филтрите на Kautz да се избират по-малки от полюсите на предавателната функция. Показано е, че апроксимацията с функциите на Kautz е робастна към избора на α в доста широки граници, като дори не е необходимо да обхваща целия диапазон на времеконстантите/ полюсите. Обосновано е въвеждането на корекционен коефициент (с цел елиминиране на статичната грешка).

II. Цялостно са изследвани въпросите по апроксимацията на динамични характеристики на обосновано избран клас обекти – параметрично зависими, с използването на ортогонални функции на Kautz и Лагер.

- Показано е, че за широк диапазон на изменение на параметричните въздействия описващата система функции остава една и съща.
- С подходящ избор на скалиращия вектор се подобрява точността на предложения модел.
- Получените коефициенти в модела съхраняват стойността си за различни области на представяне – непрекъсната и дискретна, честотна и времева, и в пространство на състоянията.

Показано е, че при описание в пространство на състоянията матриците A и B остават постоянни и само векторът C е функция от параметъра, определящ динамиката на процеса.

III. Получени са адекватни модели, за реални процеси от различни области.

- Динамичните им характеристики се определят от вектор на параметрични въздействия. Този вектор е, както едномерен, така и многомерен, като включва независими променливи, а също и една независима променлива и три взаимнозависими променливи.
- Демонстрирани са робастните свойства и ефективност на тези модели. Структурата им е удобна за практическа реализация/ приложение.
- Възможността чрез ортогонални разлагания да бъдат апроксимирани процеси със/без самоустановяване съществено разширява областта на приложение на този подход.

IV. Обосновано е представянето на линейни непрекъснати процеси въз основа на преходни характеристики с шум чрез ортогонални модели. Предложен е алгоритъм, който разширява подхода за изграждане на модели на параметрично зависими процеси с интегриране и оценяване на коефициентите на Kautz в ортогоналното разлагане.

- Методът е тестван при различно (и то значително) ниво на шума и е показана робастността му. Очертани са ясно съществените предимства на предложения алгоритъм: избягва се както диференцирането на зашумената преходна характеристика (което увеличава ефектите на шума и създава изчислителни проблеми), така и необходимостта от филтрация на експерименталните данни. Методът е приложим при чисто закъснение и неминимално фазови системи. Осигурява висока точност едновременно във времевата и в честотната област.

- Противно на очакванията, при значителен шум и времезакъснение, грешката на модела не намалява с увеличаване на реда му. Това следва от обстоятелството, че с увеличаването на поредния номер на функцията на Лагер/ Kautz се увеличава колебателността ѝ и с това се намаляват филтриращите ѝ свойства.
- Резултатите, получени по предложения метод са сравними и (в редица отношения) по-добри от съществуващите.

V. Разгледани са дискретни модели на параметрично зависими обекти и въпроси на тяхното управление. Изследвани са и условията за тяхната идентифицируемост в затворен контур.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ДИСЕРТАЦИЯТА

1. Lekova, S., A. Aleksandrov, M. Milenova, Tz. Tzolov. Orthogonal dynamic model of viscoelastic deformation under variable concentration and loading. Int. Scientific Conf. on Mechanics (MECH2012), Institute of Mechanics – BAS, Nov. 19-22, 2012.
2. Aleksandrov, A., S. Lekova, M. Milenova. Generalized Model of Viscoelastic Deformation. Int. J. of Pure and Applied Mathematics. Vol.81, No 4, 2012, 635-646.
3. Lekova, S. ORTHOGONAL DYNAMIC MODELS OF PARAMETRICALLY DEPENDENT PROCESSING. Journal of the Technical University Sofia, branch Plovdiv, “Fundamental Sciences and Applications”, Vol. 14, 2009, pp.169-174.
4. Lekova, S. DYNAMIC MODELS OF OBJECTS WITH TIME DELAY. Journal of the Technical University Sofia, branch Plovdiv, “Fundamental Sciences and Applications”, Vol. 14, 2009, pp. 161-168.
5. Lekova S. Use of Orthogonal Expansions in Modelling Parametrically Dependent Processing without Self-settling. Proceedings of National Scientific and Technical Conference with International Participation ”Automation in Mining Industry and Metallurgy”, BULCAMC’08, 27-28 November, 2008, Sofia, Bulgaria, pp.42-50.
6. Vuchkov, I., V. Tsochev, S. Lekova. Self-adjusting Signal-dependent Systems. Proceedings 9th IFAC/IFORS Symposium on Identification and System Parameter Estimation, Budapest, Hungary, July 8-12, 1991, pp.498-503.

ABSTRACT

The dissertation work "Use of parameter – dependent models in identification of nonlinear processes" considers problems related to the usage of orthogonal expansions for modeling processes with varying dynamics, which depends on a finite number of external (functional) variables – parameter-dependent processes. These problems are important for obtaining models for phenomena from various knowledge areas as well as for optimization and control of technological processes when conditions change due to external variables.

By comparing approximation with Kautz functions and with Laguerre functions the advantages of using Kautz functions are convincingly demonstrated. It is shown that applying Kautz functions (with different real poles) has significant advantages for processes developing with high speed in the beginning but dumping relatively slowly as well as for processes with time delay. When applying orthogonal Laguerre functions approximately the same precision is achieved with a much bigger number of coefficients.

The obtained model coefficients preserve their values for different domains of representation – continuous and discrete, frequency and time as well as in state space. It is shown that in description in state space the matrices A and B remain unchanged while the vector C is a function of the parameter, which determines the process dynamics. This allows forecasting the development of the process from any moment onwards and for this purpose the transitional matrix $\Phi(t, t_0)$ is calculated.

Adequate models for real processes from various areas are obtained.

- Their dynamic characteristics are determined by a vector of parametric inputs. This vector is one-dimensional and also multidimensional; it includes independent variables as well as one independent variable and three interdependent variables.
- The robust properties and efficiency of these models are demonstrated. Their structure is convenient for practical implementation.
- The possibility by orthogonal expansions to approximate processes with or without self-settling significantly expands the areas of application of this approach. In this case, it is necessary to separate the integral component, which is also presented as parameter-dependent.

The presentation of continuous linear processes on the basis of step responses with noise via orthogonal models is justified. An algorithm is proposed to expand the approach for construction of models of parameter-dependent processes with integration and estimation of the Kautz coefficients in orthogonal expansions. The model robustness is investigated for different (and significant) levels of noise. Logically the model is insensitive to variation in certain boundaries of the scaling factor.

The significant advantages of the proposed algorithm are clearly described: the differentiation of the noisy step response (which would increase the effects of noise and create computational problems) is avoided as well as the necessity to filter the experimental data, which often results in loss of information due to the filtering itself. A little a priori information about the order and the time delay of the process is necessary. The model ensures high precision in the time and frequency domain simultaneously.

Discrete models of parameter-dependent processes are considered as well as problems for their control. The conditions for their identifiability in closed loop are investigated.