С Т А Н О В И Щ Е

относно дисертационен труд

за придобиване на образователната и научна степен „доктор”

Тема: Метод на граничните уравнения за устойчивост на импулсни диференциални уравнения;

Автор: гл. ас. Димитър Стойков Стойков;

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Научна специалност: Диференциални уравнения;

Научни ръководители: доц. д-р Светослав Иванов Ненов;

доц. д-р Катя Георгиева Дишлиева;

Изготвил становището: доц. д-р Катя Дишлиева

Структура на дисертационния труд. Представеният научен труд е поместен на 122 стандартни страници и се състои от: съдържание, означения, увод, две глави, библиография, заключение, декларация и списък на публикациите на автора по темата на дисертацията. Материалът във всяка една от главите е поместен в три параграфа или общо за дисертацията - 6 параграфа. В началото на всяка глава са формулирани основните изследвани задачи и получените резултати, дадени са встъпителни бележки и коментари, информиращи читателя кои от резултатите са взаимствани и откъде, както и кои резултати са творчество на докторанта. Използваната литература съдържа 234 заглавия.

Актуалност на проблема. Една от важните задачи в теорията на диференциалните уравнения се състои в изучаване на асимптотичните свойства на решенията на дадено диференциално уравнение в зависимост от неговата аналитична форма. Към асимптотичните свойства се отнася и устойчивостта на решенията в един или друг смисъл. Точно на тези проблеми е посветен и разглеждания дисертационен труд. Получаването на решенията на системи диференциални уравнения в явен вид и след това непосредственото им изследване е възможно в редки случаи, дори при използване на апарата на специалните функции. Това е основната причина, която налага необходимостта за качествено изучаване на асимптотичните свойства на решенията (в частност тяхната устойчивост) без да се знае конкретният им аналитичен вид. В общия случай, тази задача е извънредно сложна и разнообразна. Дори една от най-простите системи, състояща се от две диференциални уравнения с променливи коефициенти от типа на Lotka-Volterra (изследвана подробно в дисертацията), е нерешима в общия случай. Изключителната важност на такива системи за практиката води до конструиране на качествени методи за определяне на свойствата на решенията. Основен обект на изследване в дисертационния труд е начална задача за системи диференциални уравнения с импулсни въздействия. Импулсните моменти се определят с помощта на хиперповърхнини от разширеното пространство $R^{+}\times D,\ D\subset R^{n}$, от вида:

$$\sigma_i=\{(t,x),\ t=t_i(x),\ x\in D\},\ i=1,2,\ldots,\ \ 0<t_1(x)<t_2(x)<\ldots,\ \ x\in D.$$

Този тип импулсни системи са описани от украинските математици А. Самойленко и Н. Перестюк в началото на осемдесетте години на миналия век. С помощта на такива уравнения се описват процеси и явления, които рязко изменят състоянието си за сравнително малко време (пренебрежимо малко в сравнение с общата продължителност на процеса или явлението). Това означава, че търсената функция $x=x(t)$ (решението на импулсната система) е прекъсната. Точките на прекъсване $\tau_1,\tau_2\ldots$ удовлетворяват равенствата

$$\tau_i=t_{j_i}(x(\tau_i)),\ i=1,2,\ldots,$$

където в общия случай $j_i\neq i$. Въпросите, разгледани в дисертационния труд, са част от богата на резултати тематика, която се развива интензивно от съвременните изследователи.

Преглед на основните резултати в дисертационния труд и приноси. Изследванията на автора в дисертационния труд са насочени към четири основни проблема:

1. Продължимост на решенията на импулсни системи диференциални уравнения от описания по-горе тип;
2. Непрекъсната зависимост на техните решения;
3. Устойчивост на техните решения;
4. Приложения в популационната динамика.

Първият и вторият проблем имат спомагателен характер. Централно място в дисертацията заема третия проблем. Разрешен е с помощта на метода на граничните уравнения.

Да разгледаме дясната страна на изучаваната неавтономна импулсна система. Конкретно, нека $f:R^{+}\times D\to R^{n}$. Дефинира се следното неизброимо множество от транслации на тази функция

$$F=\left\{f_\theta(t,x);\ f_\theta(t,x)=f(t+\theta,x),\ \theta\in R^+\right\}.$$

Тук всяка функция f_θ се нарича транслация на f. Граничните точки $f^*(t,x)$ на последното множество (ако съществуват) се наричат гранични функции за $f(t,x)$. Следователно $\lim_{\theta\to\infty} f_\theta(t,x)=f^*(t,x)$, където сходимостта може да се разглежда в различен смисъл (най-често в смисъл на Bohr). Въвеждат се транслираните хиперповърхнини

$$\sigma_{i\theta}=\left\{(t,x),\ t=t_i(x)+\theta,\ x\in D\right\},\ \theta\in R^+,\ i=1,2,\dots .$$

С тяхна помощ се изучава взаимовръзката между следните две импулсни системи:

(А)
$$\frac{dx}{dt}=f(t,x),\ t\neq t_i(x(t))+\theta;$$
$$x(\tau_i+0)=x(\tau_i)+I_{j_i}(x(\tau_i)),\ \tau_i=t_i(x(\tau_i))+\theta,\ i=1,2,\dots,\ \theta\in R^+;$$

(Б)
$$\frac{dx^*}{dt}=f^*(t,x^*),\ t\neq t_i(x^*(t))+\theta;$$
$$x^*(\tau_i+0)=x^*(\tau_i)+I_{j_i}(x^*(\tau_i)),\ \tau_i=t_i(x^*(\tau_i))+\theta,\ i=1,2,\dots,\ \theta\in R^+.$$

Намерени са естествени и лесно проверяеми условия при които:

(А)$\Rightarrow$(Б) Ако решенията на системата (А) за всяко $\theta\in R^+$ са устойчиви, то решенията на системата (Б) при $\theta=0$ са устойчиви;

(Б)$\Rightarrow$(А) Ако решенията на системата (Б) за всяко $\theta\in R^+$ са устойчиви, то решенията на системата (А) при $\theta=0$ са устойчиви.

В случаите, когато системата (Б) (по-точно функцията f^*) е сравнително проста и лесна за изследване, методът на граничните уравнения има сериозна приложна стойност. Авторът е подкрепил тази теза с подходящ пример от импулсната популационна динамика на съобщество от антагонистичен характер.

В резюме бих изтъкнала следните основни приноси на докторанта:

- въведени са нови видове устойчивост, характерни само за импулсните диференциални уравнения от описания клас (А);

- разработен е методът на граничните уравнения за конкретен тип (възможно най-общ) системи диференциални уравнения с импулсни въздействия;

- резултатите са приложени върху конкретен импулсен математически модел от популационната динамика.

Убедена съм, че приносите на автора, постигнати в този труд, са достатъчни за присъждането на образователната и научна степен "доктор".

Авторефератът и Заключението отразяват адекватно изследванията в дисертацията.

Публикации. Кандидатът за придобиване на образователната и научна степен "доктор" е представил три публикации по темата на дисертационния труд. Едната от тези работите е самостоятелна, а другите две са публикувани съвместно с проф. А. Дишлиев. Една от публикациите е цитирана от украински учени, специалисти в качествената теория на импулсните системи диференциални уравнения. Резултатите по дисертационния труд са докладвани на две международни конференции.

Лични впечатления. В съвместната си работа с колегата Д. Стойков съм стигнала до заключението, че той е високо образован и трудолюбив математик, качества, които той е проявил и при написването на рецензирания труд.

Заключение. Оценката ми за дисертационния труд на гл. ас. Димитър Стойков Стойков е **положителна**. Основните причини за това мое мнение са две:

1. Удовлетворени са напълно изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ;

2. Считам, че постигнатите резултати са важни и имат възможност за широко приложение.

Изложените по-горе факти ми дават основание да предложа на научното жури да присъди образователната и научна степен „доктор" на гл. ас. Димитър Стойков Стойков в:

научна област: 4. Природни науки, математика и информатика;

професионално направление: 4.5. Математика;

научна специалност: Диференциални уравнения.

23. 02. 2014 г.

Подпис:.................................

/доц. д-р Катя Дишлиева/