

СТАНОВИЩЕ

за придобиване на образователната и научна степен “доктор”;
тема на дисертацията: **“Периодични решения на диференциални уравнения с променлива структура и импулси”**;
автор на дисертацията: гл. ас. Андрей Радославов Антонов, катедра Математика, ХТМУ;
научна област на дисертацията: 4. Природни науки, математика и информатика;
професионално направление на дисертацията: 4.5 Математика;
научна специалност на дисертацията: Математическо моделиране и приложение на математиката;
автор на становището: доц. д-р Валентина Проичева, ТУ-София, Филиал Пловдив

1. Актуалност на темата на дисертационния труд.

В дисертационния труд се изучават качествени свойства (по-точно непрекъснатата зависимост и периодичност) на решенията на автономни системи диференциални уравнения с променлива структура и импулсни въздействия. Моментите, в които се сменя дясната страна на изучаваната система и моментите, в които се осъществяват “импулсни премествания” на траекторията на съответната задача, съвпадат. Те се наричат моменти на превключване.

Изучаването и съчетаването (при моделирането на различни процеси) на тези два типа диференциални уравнения: от една страна, това са уравненията с променлива структура (в литературата са известни още като уравнения с прекъсната дясна част) и от друга страна това са уравненията с импулсни въздействия представлява основната цел в дисертацията.

Най-общо казано, с помощта на уравненията с променлива структура се описват и изучават динамични процеси, които по време на своето развитие рязко, “мигновено” сменят **посоката** на своето развитие. Приложенията на този тип диференциални уравнения са предимно в теорията на управлението. С тяхна помощ се моделират:

- движение на тела във флуид при включване и изключване на двигател;
- движение на тела при преминаване от флуид с дадена плътност във флуид с друга плътност;
- изменението на скоростта на химични реакции след добавяне или отнемане на катализатори и др.

С помощта на импулсните уравнения се изследват процеси, които по време на своето развитие “скокообразно” изменят **състоянието** си. Импулсните уравнения се използват най-често при описание и изучаване на развитието на биологични видове, подложени на дискретни външни въздействия. При тези въздействия се отнема и в по-редки случаи добавя определени количества биомаса. С помощта на импулсни уравнения се моделира:

- действието на амортизатор, подложен на ударни въздействия;
- колебанията на системи от махала при наличие на външни импулсни смущения;
- ударен модел на часовников механизъм;
- виброударни системи;
- затихващ осцилатор, подложен на импулсни въздействия;
- смущения в клетъчни невронни мрежи;
- процеси във фармакокинетиката и епидемиологията;
- „шокови” изменения на цените на затворените пазари и др.

Определено считам, че темата на дисертацията е актуална и с големи възможности за приложения (които между впрочем са показани от докторанта).

2. Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите.

Дисертационният труд е поместен на 125 стандартни страници, а библиографията съдържа 313 заглавия.

В дисертационния труд се изучават условията, при които описаните по-горе системи диференциални уравнения притежават периодични решения. Основният резултат е:

Намерени са достатъчни условия, при които система автономни диференциални уравнения с променлива структура и променливи импулсни въздействия притежава периодично решение.

Резултатът е получен с помощта на теоремата на L. Brouwer за неподвижната точка.

Постигането на поставената цел е съпроводено с доказването на множество помощни (междинни) резултати, голяма част от които имат самостоятелен характер. Ще посочим няколко от тези второстепенни, но важни резултати:

1. Въведени са и са изследвани редица нови понятия: положително и отрицателно достижими множества, тотално достижимо множество, функция на достижимост, к-изпъкнали множества, непрекъсната зависимост на решенията на такива системи относно началното условие и др.;
2. Установени са някои свойства на достижимите множества. Както е дадено в дисертацията, една точка от фазовото пространство се нарича “точка на положителна достижимост”, ако траекторията на разглежданата система, която има за начало тази точка, пресича превключващото множество при някоя положителна стойност на времето. Аналогично се дефинира и отрицателна точка на достижимост. Показано е, че положителното множество на достижимост, състоящо се от всички точки на положителна достижимост, е отворено и свързано. Подобни резултати са валидни и за отрицателното множество на достижимост;
3. Изучени са функциите на положителна и отрицателна достижимост. Така например, функцията на положителна достижимост се дефинира за всяка точка от множеството на положителна достижимост и стойността ѝ е равна на времето, необходимо на съответната траектория (стартираща в момента $t = 0$ от дадената точка) да достигне до превключващото множество. Установено е, че тези функции са непрекъснати и ограничени;
4. Намерени са условия за неограничена продължимост на решенията. Това означава, че моментите на превключване дивергират към безкрайност.
5. Получени са условия за непрекъсната зависимост на решенията относно началните условия. Доказателството на съответната теорема е сложно и изисква както сериозни и дълбоки знания така и изобретателност;
6. Приложение на получените резултати върху обобщени модели от популационната динамика: модели на Lotka-Volterra, R. Miller и Volterra-Gause-Witt, модел на осцилатор и др. Извършените изследвания и математически изводи са преформулирани на “езика на модела”. Резултатите са снабдени с адекватно тълкуване.

Авторефератът отразява адекватно резултатите от дисертационния труд.

3. Характеристика и оценка на приносите в дисертационния труд.

Подкрепям изводите, направени от гл. ас. А. Антонов в заключението на дисертационния труд. Считам, че резултатите имат подчертано теоретичен характер. Изследванията са пионерни в качествената теория на системите диференциални уравнения с променлива структура и импулсни въздействия. Условията, представени от автора са естествени и лесно проверими. Това обстоятелство дава възможност за широко приложение в различни модели, които се характеризират със скокообразно изменение на параметрите. Последното можем да разтълкуваме по-подробно така:

- Ако параметрите са основни за модела (като например, количество биомаса на конкуриращия се вид – в моделите от популационната динамика или отклонение на материалната точка от равновесното ѝ състояние – при моделите на затихващи осцилатори и др.), то скокообразното изменение води до импулсни въздействия върху модела;
- Ако параметрите са второстепенни за модела (като например, коефициент на междувидовата борба – при моделите от популационната динамика или коефициент на еластичност на пружината – при осцилаторите), то “рязкото” изменение на тези параметрите води до промяна в дясната страна на модела или до така наречената структурна промяна на системата.

С други думи, основните приноси на автора можем да охарактеризираме както следва:

Установяване на периодични решения на динамични модели, които се описват с помощта на системи диференциални уравнения, при които всички групи параметри (както основни, така и второстепенни) са подложени на “кратковременни” външни въздействия.

Не са ми известни други подобни изследвания.

За мен е ясно, че докторантът е добре осведомен за съвременното състояние на математическото моделиране с помощта на импулсни диференциални уравнения, което той демонстрира с множеството приложни изследвания в дисертацията.

Считам, че приносите напълно удовлетворяват изискванията за дисертационен труд в научната специалност Математическо моделиране и приложение на математиката.

4. Мнение за публикациите на дисертанта по темата на дисертационния труд.

Гл. ас. А. Антонов е представил две публикации по темата на дисертационния труд. Статиите са публикувани на английски език в международни научни списания:

- American J. of Applied Mathematics;
- German J. of Advanced Mathematical Sciences.

Още две статии с негово участие са под печат в международни списания и една статия е подготвена за печат. Причина за известно забавяне на публикационната дейност на докторанта е последователната логична връзка между публикациите. По-ясно казано, всяка следваща статия (по дисертационния труд) се базира на резултатите на предходните публикации. Следователно в случая е коректно последователното публикуване на резултатите, което безспорно забавя тази дейност.

Считам, че представените публикации напълно удовлетворяват изискванията за придобиване на образователната и научна степен "доктор" съгласно член 11 (4) от Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ.

5. Критични бележки и коментари.

Нямам критични бележки. Убедена съм, че докторантът ще продължи изследванията си върху качествената теория на диференциалните уравнения от описания клас и ще разшири обектите на математическо моделиране с помощта на такива уравнения.

6. Лични впечатления.

Познавам г-н А. Антонов от преди повече от 10 години, когато съвместно участвахме в организирането на цикъл от международни конференции по диференциални уравнения и математическо моделиране, провеждани ежегодно в ТУ-София, Филиал Пловдив. Още тогава той ми направи впечатление на любознателен математик, отлично владеещ компютърната техника, както и симулирането и моделирането на динамични процеси с нейна помощ. След няколко години той се присъедини към школата по диференциални уравнения и приложения на известния български математик проф. Д. Байнов и ориентира своите научни интереси към импулсните диференциални уравнения и моделирането на динамични процеси с тяхна помощ. На споменатите конференции той докладва и първите си резултати в тази научна област. През годините той затвърди моето мнение, че е трудолюбив, широко информиран и прецизен математик. Споменатите качества гл. ас. А. Антонов категорично прояви и при написването на дисертационния труд.

7. Заключение.

Представеният дисертационен труд отговаря напълно на изискванията на Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ, който е в съответствие със Закона за развитие на академичния състав в Република България. Поради тази причина моята оценка за рецензирания дисертационен труд е **положителна**.

Постигнатите резултати в дисертацията ми дават основание да предложа на научното жури да присъди образователната и научна степен „доктор” на гл. ас. Андрей Радославов Антонов:

Област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика;**

Професионално направление: **4.5. Математика;**

Научна специалност: **Математическо моделиране и приложение на математиката.**

18. 02. 2014 г.

Член на журито:.....

(доц. д-р В. Проичева)