

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд за придобиване на
образователна и научна степен “доктор”

Област на висше образование: 4 – Природни науки, математика и информатика

Професионално направление: 4.5 – Математика

Научна специалност: 01 01 05 – Диференциални уравнения

Автор: гл. ас. Светослав Иванов Ненов (ХТМУ-София)

Заглавие: Асимптотично сравняване на решенията на системи обикновени диференциални уравнения: методи и сравнения

Научен ръководител: доц. д-р Ангел Дишлиев (ХТМУ-София)

Рецензент: доц. д-р Гани Стамов (ТУ-Сливен)

Съдържание

1.	Предмет на рецензиране	2
2.	Метрични данни за дисертационния труд	3
3.	Актуалност на поставените задачи	3
4.	Съдържание и резултати в дисертационния труд	3
5.	Приноси на дисертационния труд	5
6.	Публикации по дисертационния труд	5
7.	Автореферат	6
8.	Препоръки, забележки	6
9.	Заключение	7

1. Предмет на рецензиране

Представените материали съдържат:

1. Дисертационен труд;
2. Автореферат на дисертацията;
3. Автобиография на Светослав Иванов Ненов;
4. Списък на всички научни трудове, с техните цитирания;
5. Копия на научните трудове по дисертационния труд.

2. Метрични данни за дисертационния труд

Брой страници на дисертационния труд: 127.

Материалът в дисертационния труд е структуриран както следва: Увод - 27 страници. Първа глава "Сравняване на решения на системи обикновени диференциални уравнения" съдържа 10 секции (69 стр.). Втора глава "Сравняване на решения на системи диференциални уравнения в околност на периодични орбити" съдържа 6 секции (24 стр.). Всяка глава завършва със секция "Бележки и коментари" където са приведени списъци от цитирани резултати.

Дисертационният труд съдържа три отделни секции: "Заклучение", "Публикации и участия в колоквиуми" и "Декларация".

Броят на литературните източници, използвани в дисертационния труд, е 42.

3. Актуалност на поставените задачи

Основните задачи изследвани в дисертационния труд са в областта на качествено поведение на решенията на обикновени диференциални уравнения. Формулирани са задачи, свързани с проблеми на устойчивостта на решения на системи диференциални уравнения: сравняване на устойчиви общи решения (и по-точно на стационарни и периодични решения) на две системи нелинейни диференциални уравнения.

Както е добре известно, всички проблеми свързани с устойчивост на решения на диференциални уравнения, имат изключително приложение при изучаването на реални процеси и явления от механиката, физиката, химията, медицината и други приложни науки. Ето защо считам, че поставените задачи са актуални и тяхното изследване има приложение в редица математически модели.

4. Съдържание и резултати в дисертационния труд

В увода е формулирана основната задача: сравняване на устойчивостта на две нелинейни системи диференциални уравнения в околност на тяхно

общо решение. Въведени са понятията *предхождане*, *следване* и *еквивалентност* на разглежданите системи диференциални уравнения (както и слаб аналог на тези понятия). Основната разлика между добре известните класически изследвания и разглежданите от дисертанта задачи се състои в оценката на “бизостта” на решенията. Ако в класическите изследвания (които са известни на мен) се разглежда нормата от разликата на две решения, то авторът разглежда частното от нормите на двете решения. Този подход дава възможност за получаване на по-пълна картина на качествено поведение на решенията на разглежданите системи.

Основните задачи са формулирани математически точно и достатъчно общо: Да се определят условия на десните страни на системите от диференциални уравнения, при които са валидни въведените релации за сравнимост на системите. Такива условия са получени за достатъчно общ клас от уравнения (вж. секции 4,5, и 6 от глава 1). Математическият апарат, използван за получаване на резултатите в тези секции, се базира на диференциални неравенства и на понятието *логаритмичен индекс* на решение на диференциално уравнение (вж. секция 5). В секция 7 са въведени слаби аналози на понятията *предхождане*, *следване* и *еквивалентност*. Получени са достатъчни условия за слаба сравнимост на разглежданите нелинейни системи.

Преди да коментирам резултатите в секция 9, искам да подчертая, че основните резултати са илюстрирани чрез моделни примери: уравнение на сърдечно-съдова дейност и циркулация на кръв в човешкия организъм (Пример 1.9, стр. 53), сравняване на решения на линейна система и съответната пертурбирана система (Пример 1.13, стр. 66), системи с една степен на свобода (Пример 1.14, стр. 68).

В секция 9 е изследвана една задача за адитивна сравнимост на решения на система от втори ред и съответна система от първи ред: Теорема 1.18, стр. 91. В доказателството на тази теорема прави впечатление приложението на класическата теорема на Wazewski. Разгледани са и някои следствия от тази теорема. Според мен поставената задача е изключително интересна и е необходимо изследванията в това направление да продължат. Основание за това твърдение ми дават приведените от авторът забележка 1.12 (вж. стр. 97) и хипотеза 1.1.

В глава 2 е поставена една задача за структурна устойчивост на периодични решения на системи диференциални уравнения (M -структурна устойчивост). Доказани са твърдения за (g, d) -структурна устойчивост на

периодични решения. Доказателството на основните резултати показва, че авторът е добре запознат с основните техники за изследване на качествено поведение на решения в околност на периодични решения на диференциални уравнения: свойства на изображението на Poincaré, диференцируемост на изображението на Poincaré, както и класическите резултати на Андронов, Леонтович и Маер. Разгледания моделен пример (вж. система (247)) е свързан с модели на химико-кинетични процеси и е взаимстван от монографията на A. Varga и M. Morbidelli.

5. Приноси на дисертационния труд

В заключението на дисертационния труд на стр. 124, както и на стр. 30 от автореферата, са посочени 7 приноси.

Ще се спра на три от тях, които ми направиха впечатление:

1. Въведените са нови релации за сравнимост на устойчивостта на две нелинейни диференциални уравнения в околност на тяхно общо решение.
2. Изучено е асимптотичното поведение на решенията на системите

$$M\ddot{x} + \dot{x} = f(t, x) \quad \text{и} \quad \dot{x} = f(t, x)$$

(вж. глава 1, секция 9). Намерени са достатъчни условия, при които тяхната разлика асимптотично клони към 0.

3. Въведен е критерий за сравняване на две периодични орбити на автономни системи диференциални уравнения. Критерият се базира на оценка на частното от нормите на съответните изображения на Poincaré. Изучен е въпросът за сравнимост на периодични орбити на двумерни автономни системи диференциални уравнения.

6. Публикации по дисертационния труд

По темата на дисертационния труд авторът е представил три публикации: една докладвана на международна конференция и две в списания. Една от публикациите е в престижното научно списание *Nonlinear Analysis: Theory*,

Methods and Applications, Elsevier — списание с импакт фактор 1.487 към 2011 г. Другата статия е публикувана в списанието *International Journal of Theoretical Physics*, Springer — списание с импакт фактор 0.688 към 2011 г.

Една от публикациите, свързана с дисертационния труд е цитирана 4 пъти в престижни международни списания, като: *Nonlinear Analysis*, *Journal of Theoretical Biology* и *Electronic Journal of Differential Equations*.

7. Автореферат

Авторефератът съдържа 33 стр.

Основните резултати, получени в дисертационния труд са разгледани достатъчно пълно и ясно в автореферата. Ето защо считам, че авторефератът адекватно представя целите и резултатите от дисертационния труд.

8. Препоръки, забележки

1. Типографска бележка: на стр. 87 е пропуснато реферирането на уравнение (148).
2. Да се продължи с изследване на проблема формулиран в хипотеза 1.1 (вж. стр. 97). Считам, че в това направление могат да бъдат получени резултати, които са интересни не само от математическа гледна точка, но и от приложен характер.
3. Стр. 105 хипотеза (Н 2.1.1) изисква решението $x(t)$ да е дефинирано върху цялата реална ос $(-\infty, \infty)$. На стр. 113 в пример 2.3 е написано: “решенията на уравнение (235) са дефинирани при $t > 0$ и не са продължими за всяко $t < 0$ ”. Разбирам, че разглежданият пример е свързан с понятието устойчивост (т.е. със свойства на решенията в бъдеще време или по друг начин казано при $t > 0$), но е добре да се унифицират началните хипотези.

9. Заключение

Представеният дисертационен труд отговаря напълно на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ.

Резултатите, формулирани и доказани в дисертационния труд, ми дават основание да предложа да бъде присъдена образователната и научна степен “доктор” на гл. ас. Светослав Иванов Ненов в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление: 4.5. Математика, Научна специалност: 01 01 05 – Диференциални уравнения.

27 Юни, 2011



(доц. д-р Гани Стамов)