С Т А Н О В И Щ Е

от проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев, вътрешен член на журито

за придобиване на образователната и научна степен "доктор";
в научна област: 4. Природни науки, математика и информатика;
в професионално направление: 4.5 Математика;
в научна специалност: Математическо моделиране и приложение на математиката;
тема на дисертационния труд: Периодични решения на диференциални уравнения с променлива структура и импулси;
дисертант: гл. ас. Андрей Радославов Антонов;
научни ръководители: проф. д-р Ангел Дишлиев и доц. д-р Катя Дишлиева

Изложението в становището ми ще спазва стриктно изискванията на § 11, алинеи (1) и (2) от допълнителните разпоредби на Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности (ППНСЗАД) в ХТМУ.

1. Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите.

Дисертационният труд съдържа 125 страници. Тематично изследванията са разпределени в увод и две глави. Първата глава е разделена на четири параграфа, а втората глава – на три. Текстът на дисертацията завършва с заключение, декларация и библиография от 313 източника. За улеснение на читателя в дисертацията са използвани 12 фигури.

Основен обект на изследване са системи автономни диференциални уравнения с променлива структура и импулси (САДУПСИ).

Уводът е обстоен и в него е обърнато внимание на редица важни факти:
- класификация на САДУПСИ в зависимост от начина на определяне на импулсните моменти;
- описание на класа САДУПСИ, които се изследват в дисертацията;
- специфични особености и възникващи трудности при изучаването на този тип системи;
- преглед на резултатите, посветени на съществуване на периодични решения за такъв тип системи;
- приложения на САДУПСИ;
- цели на дисертационния труд и др.

Направеният в увода обстоен анализ показва, че дисертантът е вникнал дълбоко в теорията на импулсните диференциални уравнения от една страна и диференциалните уравненията с променлива структура от друга. Важна заслуга на изследванията на докторанта е съчетаването на тези два типа уравнения.

Първата глава има предварителен характер, макар, че почти всички твърдения имат самостоятелен интерес. В главата се изучават автономни системи диференциални уравнения (без импулси). Въведени са множество понятия, от които тук ще обърнем внимание на следните:

- **положително достижимо множество:** непразно множество Φ от фазовото пространство G, за което съществува начална точка x_0 и положителна времева константа θ, такива че траекторията, стартираща от тази начална точка в началния момент $t_0 = 0$ след време θ достига Φ;
- **начално множество на положителна достижимост:** множеството X_0^+ от всички начални точки x_0 на траекториите, които достигат множеството Φ след положителен времеви интервал;

- **тотално положително достижимо множество:** ако множеството X_0^+ съвпада с фазовото пространство G, то Φ се нарича тотално положително достижимо мнижество;
- **функция на положителна достижимост:** функцията, която на всяка точка $x_0 \in X_0^+$ съпоставя времето, за което траекторията с начало x_0 достига Φ;

По аналогичен начин са въведени понятията: отрицателно достижимо множество, начално множество на отрицателна достижимост, тотално отрицателно достижимо мнижество и функция на отрицателна достижимост.

В първата глава са изучени различни свойства на въведените по-горе обекти: отвореност и свързаност за началните множества на достижимост, непрекъснатост и ограниченост за функциите на достижимост и др. Тези резултати имат спомагателен характер за изследванията във втора глава. Въпреки това е важно да се отбележи, че те притежават и самостоятелен интерес.

Втората глава е основна и в нея се постига целта на изследванията в дисертационния труд, а именно: условия за съществуване на поне едно периодично решение на САДУПСИ:

$$\frac{dx}{dt} = f_i(x), \quad \varphi_i(x(t)) \neq 0, \text{ т.е. } t_{i-1} < t < t_i;$$
$$x(t_i + 0) = J_i(x(t_i)), \quad \varphi_i(x(t_i)) = 0, \quad i = 1, 2, \dots,$$

където: функциите $f_i : G \to R^n$, $\varphi_i : G \to R$ и $J_i : \Phi_i \to G$, $i = 1, 2, \dots$. Множествата $\Phi_i = \{x \in G; \varphi_i(x) = 0\}$ се наричат превключващи и са различни за всяка дясна страна. Ясно е, че решението на всяка начална задача за САДУПСИ е прекъсната функция с точки на прекъсване от първи род, в които то е непрекъснато отляво. Точките на прекъсване $t_1, t_2, \dots$ се наричат превключващи моменти.

Към помощните резултати в тази глава можем да причислим намерените от докторанта достатъчни условия за неограничена продължимост на решенията на САДУПСИ и за непрекъсната зависимост относно началното условие на решенията на изучаваната система.

Първият от тези резултати се постига като се доказва, че множеството от превключващите моменти не е ограничено отгоре.

Специфична особеност на САДУПСИ е, че моментите на смяната на дясната страна и импулсните въздействия (превключващите моменти) не са постоянни (предварително фиксирани), а зависят от началното условие. Следователно при промяна в началното условие се променят и моментите на превключване. Вторият помощен резултат в основната глава означава, че при сравнително ''малки'' смущения в началното условие, превключващите моменти се променят също сравнително ''малко''. Въпреки това, във времевите интервали между съответните превключващи моменти на основното и смутеното решение не може да се изисква ''близост''. Причина за това е, че едното решение е подложено на поредното импулсно въздействие, а другото – не, т.е. броят на импулсните въздействия върху двете решения е различен.

В основната теорема на дисертацията, с помощта на теоремата за неподвижната точка на Брауер е установено съществуването на поне едно периодично решение на изучаваната система. Важна особеност са естествените и лесно проверими условия. Това дава възможност за широко приложение на теоретичните изследвания върху известни математически модели. Точно в това ни е убедил авторът на дисертационния труд. Ще подчертая две достойнства на примерите от втора глава.

Първо, тези примери са обобщения на известните модели на непрекъснати динамични процеси. Новото е, че се моделират процеси при наличие на специфична външна намеса. Външната намеса е два типа:
- дискретна във времето промяна на посоката на развитие (това се осъществява с помощта на смяна на структурата на системата);
- "скокообразна" (отново дискретна във времето) промяна на състоянието на процесите (това се осъществява с помощта на импулсните въздействия).

Второ, примерите удовлетворяват условията на теоремите във втора глава и следователно притежават решения, които са продължими до безкрайност и зависят непрекъснато от дясната страна. Освен това, поне едно от тези решения е периодично. Получените резултати допускат тълкуване в термините на моделите.

2. Оценка на съответствието между автореферата и дисертационния труд.

Авторефератът е поместен на 32 страници и съдържа всички основни резултати, получени в дисертационния труд. В него се отразяват достатъчно пълно и точно съдържанието и основните приноси на автора. Важните резултати, под формата на теореми, са формулирани без съответните доказателства. Дадени са и основните примери от дисертационния труд, с което се илюстрират от една страна смисълът на въведените понятия и от друга – възможностите за приложение на получените резултати. Прави добро впечатление логично свързания информативен характер на автореферата. Това обстоятелство дава пълна и ясна представа за изследваните проблеми и получените резултати в дисертацията. В този смисъл, авторефератът е полезен дори и за специалисти, които не са чели подробно дисертационния труд.

Заключението на дисертацията правдиво отразява успехите на дисертанта.

3. Мнение за публикациите на дисертанта по темата на дисертационния труд.

По темата на дисертационния труд дисертантът участва с две публикации в авторитетни международни реферирани научни списания.

Статия 1. *Petkova S., Antonov A., Chukleva R., Reachable sets for homogenous systems of differential equations and their topological properties, American J. of Applied Mathematics, Vol. 1, № 4, (2013), 49-54.*

Резултатите в статията са идентични с изследванията от параграф 1 на дисертационния труд. Намерени са условия за съществуване на началните множества на достижимост. Установена е тяхната структура. При естествени ограничения е показано, че множествата на отрицателна и положителна достижимост (X_0^- и X_0^+) са отворени, а множеството $X_0 = X_0^- \cup X_0^+ \cup \Phi$ е отворено и свързано. Резултатите са потвърдени с помощта на два примера: класическият модел на Lotka-Volterra и модела на Volterra-Gause-Witt. Двата модела описват динамиката на развитие на съобщества от тип жертва-хищник. В първия от тях, всяка допустима траектория (разположена в $R^+ \times R^+$) е периодична - повтаря състоянието си (количествата биомаса на жертвата и хищника). В този случай моделната система притежава единствено положително равновесно състояние, което не е асимптотически устойчиво. Във втория модел траекториите притежават асимптотически устойчиво равновесно положение. Предложените в примерите множества на достижимост са отсечки, разположени във фазовите пространства. В явен вид са намерени началните множества на достижимост. Върху моделите са приложени теоретичните изследвания в статията. Така например е установено, че началните множества на достижимост са отворени.

Статия 2. *Dishlieva K., Dishliev A., Antonov A., A class of integral manifolds for autonomous systems of differential equations, German J. of Advanced Mathematical Sciences, Vol. 1, № 1, (2013), 11-19.*

Резултатите в нея отразяват изследванията на дисертанта в параграф 2 на дисертационния труд и продължават изследванията от предходната Статия 1. С помощта на достижимите множества е дефиниран клас от интегрални многообразия. Всеки клас от въведените многообразия се състои от всички траектории на системата автономни диференциални уравнения (без импулси), които пресичат предварително фиксирано достижимо множество Φ. Ясно е, че многообразието M зависи (или е функция) на достижимото множество Φ, т.е. $M = M(\Phi)$. Изследвани са основни свойства на тези многообразия. По-точно, установени са връзки между началните точки на траекториите и топологичното им разположение относно началните множества на достижимост. Доказаните основни твърдения са реализирани върху класическото уравнение, описващо вертикалните трептения на материална точка с ненулева маса, окачена на идеално пъргава пружина в изолирана среда, т.е. без триене и при отсъствие на постоянно действащи външни сили.

Публикационната активност на дисертанта е в съответствие с минималните изисквания за придобиване на образователната и научна степен "доктор", описани в чл. 11 (4) от ППНСЗАД в ХТМУ.

Досега са установени две цитирания на публикациите на г-н А. Антонов, свързани с дисертацията му. Прогнозирам, че броят на цитиранията ще се увеличи, тъй като работите са публикувани сравнително скоро (в края на миналата 2013 г.).

4. Лични впечатления за дисертанта.

Познавам г-н Андрей Антонов от преди повече от десетина години, след като постъпи на работа в катедра Математика на ХТМУ. През този период той се прояви като сериозен, работлив, ученолюбив и коректен наш колега и отличен преподавател. Първоначално общите ни научни контакти възникнаха по повод съвместната ни работа, свързана с подготовката и участието в поредица от международни конференции по диференциални уравнения и приложения. По-нататък участвахме заедно в няколко научни проекта, чиято тема беше "близка" до темата на коментираната тук дисертация. По време на нашата обща работа върху дисертационния му труд, той затвърди моето убеждение за един ерудиран и упорит изследовател. Убеден съм, че той ще продължи своята научна дейност по редица въпроси, които възникнаха и са свързани с изследванията по темата на дисертацията. Считам, че той е напълно подготвен за самостоятелна научна работа. Накрая ще отбележа, че г-н А. Антонов притежава добро чувство за хумор, което прави контактите с него освен ползотворни и приятни.

5. Заключение.

Въз основа на запознаването ми с представените научни трудове, тяхната значимост, съдържащите се в тях научни и научноприложни приноси, намирам за основателно да заявя, че становището ми, относно придобиването на образователната и научна степен "доктор" в: област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление: 4.5. Математика; научната специалност: Математическо моделиране и приложения на математиката от Андрей Радославов Антонов, е **положително**.

24. 02. 2014 г.

Член на журито:.......................
(проф. А. Дишлиев)