

# **РЕЦЕНЗИЯ**

**на дисертационен труд**

**за придобиване на образователна и научна степен „доктор“**

**в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,**

**профессионалено направление: 4.5. Математика,**

**докторска програма: 01.01.13 – Математическо моделиране и приложения на  
математиката**

**Автор: гл. ас. Румяна Борисова Чуклева**

**Тема: : ВЪРХУ КАЧЕСТВЕНАТА ТЕОРИЯ НА ДИФЕРЕНЦИАЛНИ УРАВНЕНИЯ С ПРОМЕНЛИВА  
СТРУКТУРА И ИМПУЛСИ**

**Научни ръководители: доц. д.м.н. Гани Стамов –ТУ\_Сливен**

**доц. д-р Ангел Б. Дишлиев- ХТМУ-София**

**Рецензент: проф д.м.н. Снежана Георгиева Христова-ПУ-Пловдив**

## **1. Предмет на рецензиране**

Със заповед № НД-20-128 / от 18.05.2012 г. на Ректора на ХТМУ-София, съм определена за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема ВЪРХУ КАЧЕСТВЕНАТА ТЕОРИЯ НА ДИФЕРЕНЦИАЛНИ УРАВНЕНИЯ С ПРОМЕНЛИВА СТРУКТУРА И ИМПУЛСИ за придобиване на образователната и научна степен ‘доктор’ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионалено направление 4.5. Математика, докторска програма : 01.01.13 – Математическо моделиране и приложения на математиката. Автор на дисертационния труд е Румяна Борисова Чуклева – докторант на самостоятелна подготовка към катедра “Математика” при ХТМУ- София.

Представеният от Румяна Борисова Чуклева комплект материали на хартиен носител включва следните документи:

1. Дисертационен труд;
2. Автореферат на дисертацията;
3. Автобиография на Румяна Борисова Чуклева;
4. Списък на научните публикации по дисертационния труд;
5. Копия на научните публикации по дисертационния труд.

## **2. Актуалност на проблема**

Резултатите, получени в дисертационния труд са в една сравнително нова област в диференциалните уравнения. Докторантката се занимава с импулсни диференциални уравнения, които започват своето бурно развитие през 80-те години на миналия век и все още не са напълно изучени. Освен това тя умело съчетава наличието на импулси със промяната на структурата на решението, което дава мощен адекватен математически апарат при моделирането на реални процеси и явления с краткотрайни външни или вътрешни въздействия. Затова безспорно темата на дисертационния труд е актуална и резултатите, получени в него са изключително важни, както от теоретична, така и от практическа гледна точка.

## **3. Обзор на съдържанието и резултатите в дисертационния труд.**

Предственият дисертационен труд е структуриран в увод, три глави, заключение, списък на публикациите по темата и цитирана литература, с общ обем 127 стр. Прави впечатление цялостното оформяне на дисертационния труд и единството между отделните глави, които дават на читателя пълна представа за това, кои резултати са взаимствани и откъде и кои резултати са на докторанта. Много добро впечатление прави пълнотата на библиографията на дисертационния труд. Тя съдържа заглавията на 248 научни статии и монографии и може да служи самостоятелно за научна справка по изследваните въпроси. Основната част от получените резултати са публикувани в 3 научни статии в международни списания, като една от публикациите е самостоятелна и този факт говори допълнително за приносите на автора при получаване на резултатите.

Приятно впечатление ми направи и факта, че част от резултатите (основно тези от глава 3) се публикуват за пръв път в дисертацията.

Основен обект на изследване на дисертационния труд са нелинейни неавтономни диференциални уравнения с променлива структура и импулси. Мисля, че е техническа грешка факта, че в дисертацията на стр. 4 и в автореферата на стр. 3 на автореферата вместо *неавтономни* е написано *некомогенни*. Основната характеристика на тези уравнения е наличието на безброй много десни страни на системата, които се сменят заедно с импулсния скок на решението в момент, в който това решение анулира съответната превключваща функция.

В увода е дадено кратко описание на основния обект на изследване в дисертацията. Формулирани са основните цели на дисертационния труд, които са сведени до 4. За съжаление не са посочени ясно основните задачи, с решаването на които са постигнати именно тези цели.

В първа глава, която съдържа 2 параграфа, е формулирана основната начална задача за диференциални уравнения с променлива структура и с импулси в нефиксирани моменти от време. В първия параграф са получени основните теоретични резултати на тази глава. Изследвана е непрекъснатата зависимост на решениета както от началното условие, така и от т.н. превключващи функции. (Теорема 1.1.6). Получените теоретични резултати са използвани в следващия параграф за изследване на динамичен математически модел на хидравличен предпазен възвратен клапан. Изучена е динамиката на затвора на даден клапан при едни и същи външни и вътрешни условия (параметри) на системата. В случая, когато затворът на клапана попада в крайно долно положение или в затворено положение, моделирането се описва адекватно с т.н. моменти на превключване на системата диференциални уравнения, т.е. с диференциални уравнения с променлива структура и с импулси. Получените математически резултати са умело интерпретирани в термините на хидродинамиката.

Във втора глава, която съдържа два параграфа, продължава изследването на някои качествени свойства на решениета на началната задача, формулирана в глава 1. Основно е изучена устойчивостта на решениета. За целта е създаден подходящ математически апарат, който се основава на умело въведените редици от скаларни частично непрекъснати функции на Ляпунов (вж. дефиниция 2.2). Направено е

цялостно изследване на свойството устойчивост, като са получени достатъчни условия за устойчивост (теорема 2.3), за равномерна устойчивост (теорема 2.4), за равномерна асимптотическа устойчивост (теореми 2.5 и 2.6) на нулевото решение на разглежданата начална задача. Основните ограничения в получените достатъчни условия се отнасят до въведените редици от функции на Ляпунов и доказателствата се основават на модификация на втория метод на Ляпунов.

В параграф 2.2 се изучава устойчивостта на ненулевите решения на обекта на дисертационния труд. Доколкото различните решения имат различни моменти на превключване, сравняването на кои да е две ненулеви решения е много по-сложно отколкото сравняването на кое да е решение с нулевото. Затова е въведена специална дефиниция за устойчивост на ненулево решение (дефиниция 2.4). В случая „близостта“ на решенията се изисква не върху цялата полуос надясно от началната точка, а само когато времето е извън „контролирамо малки“ околнности на моментите на превключване. Освен това, сравняването на ненулевите решения води и до ограничение на вида на превключващите функции. В този случай, те са скаларно произведение на константен вектор с решението. Получени са оценки за близостта както на точките на превключване на две ненулеви решения, така и на самите решения (теорема 2.10). Получени са и достатъчни условия за асимптотическа устойчивост на ненулево решение на диференциалното уравнение с променлива структура и с импулси при условие, че решенията на съответните обикновени диференциални уравнения са експоненциално устойчиви (теорема 2.11).

Трета глава съдържа два параграфа. В първи параграф за обекта на изследване на дисертационния труд, а именно нелинейна система диференциални уравнения с променлива структура и импулси, се дефинират по подходящ начин понятията ограниченост, равномерна ограниченост, равномерно финална ограниченост. С помощта на въведените в глава 2 редици от частично непрекъснати функции на Ляпунов са получени достатъчни условия за дефинираните видове ограниченост.

В последния параграф на дисертацията се изучава частен случай на обекта, изследван в предишните параграфи. Разглежданата система е с променлива структура и без импулси. Промяната на дясната страна на уравнението в случая става в моментите, в които последната координата на п-мерното решение достигне една от

двете гранични допустими стойности. В този случай в смутената система се променя не само началното условие, но и десните страни на уравнението. Дефинирана е по-подходящ начин близост на решениета на изходната и на смутената система (дефиниция 3.2). Получени са и достатъчни условия за дефинираната близост, наречена непрекъсната зависимост при постоянно действащи смущения. Много добро впечатление прави и предложението след доказателствата пример, който илюстрира, както смисъла на т.н. променлива структура, така и приложението на получените достатъчни условия. Бих искала само да отбележа, че не ми стана ясно защо в заглавието на този параграф е написано *ограничени решения*, след като в условията на основната теорема (теорема 3.11) няма изобщо условия за ограниченост на решениета, а и приложения пример има неограничено решение. Освен това и заглавието на глава 3 не е избрано по подходящ начин, доколкото във втората част на тази глава се разглеждат уравнения без импулси.

#### **4. Приноси на дисертационния труд.**

След запознаване с дисертацията, констатирам, че основните цели на дисертационния труд (за формулировката им вж. стр. 9-10 от дисертацията, както и стр. 6 от автореферата) са постигнати.

В дисертационния труд има съществени научни приноси в областта на нелинейните неавтономни диференциални уравнения с променлива структура и с импулси. За този вид уравнения са изследвани някои качествени свойства (ограниченост, устойчивост, непрекъсната зависимост) на решениета им. За целта е създаден подходящ математически апарат, който се основава на редици от функции на Ляпунов.

В настоящия дисертационен труд има и научно-приложни резултати. Част от получените теоретични резултати са приложени за реални проблеми от инженерството, като динамичния математически модел на хидравличен предпазен възвратен клапан. Изучена е динамиката на затвора на даден клапан при едни и същи външни и вътрешни условия, като е обосновано използването на разглежданите диференциални уравнения като адекватен модел. За съответния модел са приложени някои от теоретичните резултати, получени в дисертационния труд, като много умело са интерпретирани в термините на хидродинамиката.

Общото ми заключение по отношение на приносите е, че те са достатъчни за присъждането на образователната и научна степен “доктор”.

## 5. Публикации и цитирания по дисертационния труд.

По темата на дисертационния труд има публикувани 3 научни статии в международни списания. Една от публикациите е самостоятелна и този факт говори допълнително, както за математическия потенциал на докторанта, така и за приносите на автора при получаване на резултатите.

Докторантката не е приложила списък от цитирания, но аз ще отбележа, че нейни две публикации са цитирани два пъти:

### Работата

*R. Chukleva, A. Dishliev, K. Dishlieva, Continuous dependence of the solutions of the differential equations with variable structure and impulses with respect to the switching functions, Intern. J.Appl. Sci. Techn., Vol. 1, No. 5, (2011), 46-59.*

е цитирана в статията

*N. Kitanov, Method of averaging for optimal control problems with impulsive effects, Intern. J.Pure Appl. Math., Vol. 72, No. 4, (2011), 573-589.*

а резултати от самостоятелната работа на докторантката

*R. Chukleva, Modeling using differential equations with variable structure and impulses, Intern. J. Pure Appl. Math., Vol. 72, No. 3, (2011), 343-364.*

са частично използвани и е цитирана в монографията

*A. Dishliev, K. Dishlieva, S. Nenov, Specific asymptotic properties of the solutions of impulsive differential equations. Methods and applications, Academic Publications, Ltd. (2011).*

Тези цитирания показват, че получените от докторантката резултати имат висока математическа стойност и са забелязани и използвани от други автори.

## 6. Автореферат.

Авторефератът е на 38 стр. и съдържа основните резултати, получени в дисертационния труд. Той отразява достатъчно пълно съдържанието на

дисертационния труд и основните приноси на получените резултати. Основните резултати, под формата на теореми, са формулирани без доказателствата, като са дадени и основните примери от дисертационния труд, с което много добре се илюстрират идеите на въведените понятия и приложението на получените резултати.

Прави добро впечатление изключително информативният характер на автореферата, което дава пълна представа за изследваните проблеми и получените резултати, дори и за хора, които не са чели дисертационния труд.

## **7. Забележки и препоръки.**

В дисертацията и в автореферата, макар и написани и оформени по доста педантичен начин, има някои печатни и стилни грешки, които ни най-малко не намаляват значимостта на получените резултати. Някои от тях съм отбелязала по-горе в изложението.

Освен това, в изложението има някои повтарящи се формули и означения (вж. например (1.1)-(1.4), (1.35)-(1.38), (2.1)-(2.4), (3.1)-(3.4), както и обяснението на същността на решението след тях). Можеше тези формули да се напишат само веднъж и после да се цитират номерата им, което би допринесло за по-стегнатия вид на дисертационния труд.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ.**

В настоящия дисертационен труд има значителни научни и научно-приложни резултати. Получени са съществени теоретични резултати при качественото изследване на свойствата на решенията на изследваните типове уравнения,. Някои от теоретичните резултати от дисертационния труд, са приложени върху конкретни математически модели, например, динамичния математически модел на хидравличен предпазен възвратен клапан. По подходящ адекватен начин е описано поведението на изследваната реална система с помощта на обекта на изследваните в дисертационния труд уравнения. Умело са интерпретирани теоретичните резултати в термините на хидродинамиката.

**Оценката ми за дисертационния труд, автореферата, научните публикации и научните приноси на гл. ас. Румяна Борисова Чуклева е ПОЛОЖИТЕЛНА.**

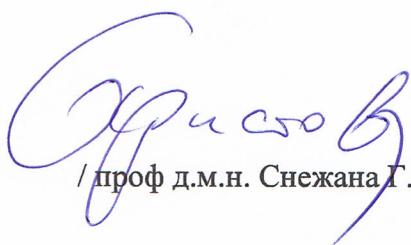
Представеният дисертационен труд отговаря напълно на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ. Дисертационният труд показва, че кандидатът притежава задълбочени теоретични знания по специалността и способности за самостоятелни научни изследвания.

Постигнатите резултати ми дават основание убедително да предложа на Уважаемото научно жури да присъди образователната и научна степен „доктор” на **Румяна Борисова Чуклева** в област на висше образование: 4. *Природни науки, математика и информатика*, професионално направление: 4.5. *Математика*, докторска програма: 01.01.13. *Математическо моделиране и приложения на математиката*.

24.05.2012

Гр. Пловдив

Подпис:



/ проф д.м.н. Снежана Г. Христова /