

# **РЕЦЕНЗИЯ**

на дисертационен труд  
за придобиване на образователна и научна степен „доктор”

**в област на висше образование:** 4. Природни науки, математика и информатика

**Професионално направление:** 4.5. Математика

**Научна специалност:** 01.01.05 – Диференциални уравнения

**Автор на дисертационния труд:** гл. ас. Ваньо Донев Иванов, ИПФ-Сливен, ТУ-София

**Тема на дисертационния труд:** **“ОСЦИЛАЦИОННИ СВОЙСТВА НА ФУНКЦИОНАЛНО-ДИФЕРЕНЦИАЛНИ ОТ НЕУТРАЛЕН ТИП УРАВНЕНИЯ С ИМПУСНО ВЪЗДЕЙСТВИЕ И АСИМПТОТИЧНО ПОВЕДЕНИЕ НА НЕОСЦИЛИРАЩИТЕ ИМ РЕШЕНИЯ”**

**Научни ръководители:** проф. дмн Недъо Попиванов, СУ „Кл. Охридски”

доц. д-р Маргарита Димитрова, ИПФ-Сливен, ТУ-София

**Рецензент:** проф. д-р Степан Костадинов, ПУ „Паисий Хилендарски”

## **1. Предмет на рецензиране.**

Представените материали съдържат:

1. Дисертационен труд;
2. Автореферат на дисертационния труд;
3. Автобиография на Ваньо Донев Иванов;
4. Списък на научните трудове по дисертационния труд;
5. Копия на публикациите по дисертационния труд.

## **2. Метрични данни за дисертационния труд**

Брой стандартни страници на дисертационен труд : 140

Ползвани абревиатури:

ФДНУИ = функционално-диференциалните уравнения от неутрален тип с импулси;

ФДУИ = функционално-диференциалните уравнения с импулси.

Структура на дисертационния труд:

Материалът в дисертационния труд е структуриран както следва: Увод – 16 страници, Първа глава „Аксиоматика и въпроси от фундаменталната и качествената теория за ФДНУИ. Критерии за осцилиране на ФДУИ от отклоняващ се тип”, съставена от 6 параграфа - 35 страници, Втора глава „Осцилационни свойства на квазилинейни ФДНУИ - 1 ред и асимптотика на неосцилиращите им решения”, съставена от 6 параграфа - 54 страници, Трета

глава „Осцилационни свойства на нелинейни ФДНУИ - 1 ред и асимптотика на неосцилиращите им решения”, поместена в 3 параграфа - 10 страници, Четвърта глава „Осцилационни свойства и асимптотика на решенията на ФДНУИ - 2 ред», поместена в 3 параграфа - 14 страници., Заключение с декларация за оригиналност – 4 страници, Списък на публикации (по дисертационния труд) – 1 страница, Библиография – 6 страници.

#### Брой литературни източници в библиографията:

Броят на литературните източници, посочени в библиографията и използвани в дисертационния труд е 120.

#### **3. Актуалност на темата на дисертацията.**

Основните резултати, получени в дисертационния труд са в една сравнително съвсем нова, неизследвана област - функционално-диференциалните уравнения от неутрален тип, подложени на импулсно въздействие. За тези уравнения започна да се говори едва към края на миналия век. Интересът към тях възниква заради способността им да подпомагат математическото описание на явления и процеси от различни области на науката като био-енергетиката, теорията на нелинейните вериги, теорията на оптималното управление, геофизиката, индустриалната роботика и др. По своя генезис те представляват своеобразен хибрид, съчетаващ в себе си естеството на функционално-диференциалните уравнения от неутрален тип (без импулси) и спецификата импулсните диференциални уравнения. Именно интердисциплинарността на тяхната тематика, от гледна точка на произтичащата от това сложност и специфичност, ги прави изключително привлекателни за изследователска работа. Но, трябва да кажа, че се съгласявам и с казаното от автора в увода (цитирам): „... математическата теория на тези уравнения се развива сравнително бавно, включително и осцилационната им теория. Това е така, заради затрудненията от теоретичен и технически характер, свързани с естеството и спецификата на тези уравнения” .

В тази връзка, трябва да признаем, че всичко каквото се прави, изследва и открива в тази област, може само да обогати теорията на диференциалните уравнения. Ето защо смяtam, че темата на работата е актуална както в научно, така и в научно-приложно отношение.

#### **4. Основни цели и задачи на дисертационния труд.**

В увода на дисертационния труд, се прави кратък обзор на две актуални направления, по които се наблюдава бурно развитие при изследване на обикновени диференциални уравнения : функционално-диференциалните уравнения и диференциалните уравнения с импулси. Съчетаването на съдържателността на двата вида уравнения води до появата на диференциални уравнения, които описват явления и процеси, зависещи от своята предистория и подложени в определени моменти на кратковременни въздействия (импулси), нарушащи естествения им ход на развитие. Измежду тези уравнения, най-сложни и

многообразни са онези, в които присъства както първата производна (бързината на процеса), която зависи от момента  $t$  (настоящият момент в еволюцията на процеса), така и първата производна в предишен момент  $h(t) = t - h$  (момент от отминалата история в еволюцията на процеса). Такива уравнения се наричат функционално-диференциални от неутрален тип уравнения с импулси (ФДНУИ). В увода са разгледани примери, от които се вижда, че тези уравнения са полезни математически средства при описание на явления и процеси от био-енергетиката, електрониката, геофизиката и т.н.

Както разбирам в заявленото на стр. 15 от увода, дисертантът определя следните основни цели на дисертационния труд:

1. На основата на подходяща класификация и удобни аксиоматични постановки, да се анализира връзката между структурата на ФДНУИ и свойството на решенията им да осцилират;
2. Да се изследва асимптотичното поведение на неосцилиращите решения на ФДНУИ.

За да реализира тези цели, дисертантът си поставя за решаване следните задачи:

- построяване математически модел на задачите, водещи до ФДНУИ;
- изграждане на подходяща класификация за ФДНУИ;
- изследване на сходни на ФДНУИ композиции от ФДУИ от отклоняващ се тип;
- построяване на стандартни композиции ФДНУИ, на основата на класификацията, които се изследват за условия, при които решенията им осцилират;
- изследване на асимптотичното поведение на неосцилиращите решения на ФДНУИ.

## 5. Преглед на съдържанието и резултатите в дисертационния труд.

Резултатите в дисертационния труд основно са изложени в четири глави.

В първа глава са дефинирани аксиоматични понятия, свързани с темата и е въведена класификация със сигнатура на функционално-диференциалните уравнения от неутрален тип с импулси (ФДНУИ). Обърнато е внимание на основни класически моменти от фундаменталната и качествената теория за такива уравнения, като са получени някои резултати, явяващи се аналоги на известни резултати от теорията на уравненията без импулси. Изследвани са условията за осцилиране на решенията на функционално-диференциални от закъсняващ или изпреварващ тип уравнения с импулсно въздействие, имащи доста сходства с функционално-диференциалните уравнения от неутрален тип с импулси.

Във втора глава е изследвано асимптотичното поведение на неосцилиращите решения на квазилинейни ФДНУИ от първи ред. Намерени са условията за съществуването на такива решения. Построени са техни характеристични уравнения. Изучени са осцилационните свойства на квазилинейни ФДНУИ от първи ред с постоянни и непостоянни коефициенти. Използван е метода на сравнителния анализ на осцилиращо поведение на решенията за

получаване на критерии за осцилиране на решения на сходни квазилинейни ФДНУИ от първи ред. Прави впечатление богатия набор от идеи, които дисертанта ползва за реализиране на своите цели.

В трета глава са подложени на изследване нелинейните ФДНУИ от първи ред. Намерени са условия за осцилиране на решенията на такива уравнения. Изследвано е асимптотичното поведение на неосцилиращите им решения. За тези уравнения е адаптиран известният „метод на линеаризацията“. С негова помощ дисертантът успява да хвърли мост между осцилационните свойства на нелинейните функционално-диференциални (от неутрален тип) уравнения от първи ред с импулси и с непостоянни коефициенти и осцилационните свойства на линеаризираните техни модели.

В четвърта глава е изучено асимптотичното поведение на неосцилиращите решения на квазилинейните ФДНУИ от втори ред. Построени са характеристични уравнения за такива уравнения с постоянни коефициенти. Получени са критерии за осцилиране или неосцилиране на решенията на такива уравнения с постоянни и непостоянни коефициенти.

Дисертантът е подкрепил много от получените резултати с конкретни примери. Примерите са снабдени с графики на поведението на съответните им решения, което доста облекчава разбирането на естеството на проблематиката, разглеждана в дисертационния труд.

В края на дисертационният труд са поместени заключение, декларация за оригиналност, списък с публикациите по темата и библиография.

Позволявам си да обърна внимание върху оригиналния и специфичен начин на изказ на автора. В този смисъл, бих искал да оцена старанието, с което той осигурява, дори за страничен читател, читаемост на такава една абстрактна материя като осцилационната теория на функционално-диференциалните уравнения от неутрален тип с импулси.

## **6. Научни и научно-приложни приноси на дисертационния труд.**

В заключението на дисертационния труд на стр. 130 и 131, както и в автореферата на стр. 28 са обобщени в три раздела по-важните научни приноси. Те са разпределени общо в 14 пункта. В два пункта са коментирани и възможностите за получаване някои важни научно-приложни резултати. Някои от тях ми направиха силно впечатление, за което бих могъл обобщено да кажа следното:

Изследванията в дисертацията се осъществяват на основата на единна класификация с удобна сигнатура за видовете ФДНУИ. Въведено е понятието „пулсираща експонента“. С нейна помощ са конструирани характеристични уравнения на квазилинейни ФДНУИ от първи и втори ред с постоянни коефициенти и са изведени критерии за съществуване на осцилиращи и неосцилиращи решения на тези уравнения. Използван е методът на сравнителния анализ на осцилационното поведение на сходни квазилинейни ФДНУИ, за да

се осъществи идеята за приемственост на получени резултати от една област в друга (вж. Теорема 2.5.3 във връзка с Лема 2.5.1). Чрез метод на линеаризацията се изследват осцилационните свойства на нелинейни ФДНУИ от първи ред, като тяхното изучаване се свежда до изучаване на осцилационните свойства на квазилинейни ФДНУИ от първи ред, представляващи техни линеаризационни модели (вж. Теорема 3.3.1).

Научно-приложните приноси са свързани с възможността за прилагане на получените научни резултати за решаване на редица задачи, моделиращи реални процеси и явления от различни области на науката, като по-специално са посочени примери от популационната динамика и геофизиката, при това - зависещи от своята предистория и подложени на импулсни въздействия във фиксирани моменти от времето.

**7. Публикации по темата на дисертацията.** Дисертантът участва в процедурата за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ с три статии :

1. *Existence and asymptotic behaviour of positive solutions of a class of neutral impulsive differential equations in special cases*, in: *Proc. 28-th ISS. "Application of Mathematics in Engineering and Economics"*, editors: M.Marinov and G. Venkov, Sozopol, (2002), Bulvest 2000, Sofia, 80-86.
2. *Oscillations of first order neutral impulsive differential equations with constant coefficients*, Technical Report, University of Ioannina, edited by I. Stavroulakis, Greece, 16 (2007), 183-193.
3. *Sufficient conditions for oscillation of the solutions of first order neutral delay impulsive differential equations with constant coefficients*, Nonlinear Oscillations, 13/1 (2010), 15-29.

На първата от тези статии, дисертантът е самостоятелен автор, като тя е публикувана в сборник от доклади на международна конференция. Другите две статии са публикувани в международни списания, като едното от тях, „Nonlinear Oscillations“, е с импакт-фактор.

## **7. Автореферат на дисертационния труд.**

Обемът на автореферата е от 36 страници. В него сравнително точно са отразени основните положения на дисертационния труд и обективно са посочени неговите приноси.

## **8. Забележки, препоръки.**

Дисертацията и авторефератът са написани и оформени доста старателно и прилежно, но педантичният прочит може да открие на някои места печатни грешки. Те обаче са разбираеми, като се има пред вид голямото количество информация, която трябва да се структурира по определени модели и норми и най-вече технологичния прийом на днешния модерен текстонабор : „copy“- “paste”.

Позволявам си да отправя забележка към автора и за по уместна номерация на уравненията и неравенствата на някои места от дисертацията. Така например, диференциалните неравенства (2.4.10a) и (2.4.10b) са поместени след (2.4.13). По правилно

би било, те да се обявят веднага след уравнение (2.4.10), защото са неравенства, свързани с него и чак след това, когато е нужно, да се обявят в съответното твърдение.

Като препоръка, бих искал да подтикна автора да продължи изследванията си и върху нелинейните функционално-диференциалните от неутрален тип уравнения от втори ред с импулси.

### **Заключение.**

**Гореизложеното ми дава основателни доказателства да изразя ПОЛОЖИТЕЛНА оценка относно дисертационния труд и автореферата на гл. ас. Ваньо Донев Иванов.**

Считам, че дисертационния труд отговаря на всички изисквания и критерии на Закона за развитието на академичния състав в Република България, на Правилника за неговото прилагане и на критериите на Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ.

**Предлагам на почитаемото научно жури да присъди на гл. ас. Ваньо Донев Иванов образователната и научна степен „доктор” по научната специалност 01. 01. 05 - Диференциални уравнения.**

Член на научно жури:

/проф. д-р Ст. Костадинов/

05.02.2012 г.

Пловдив