

Р е ц е н з и я

на дисертационния труд на

доц. д-р Гани Трендафилов Стамов

на тема *«Почти периодични решения за системи импулсни диференциални уравнения и приложения»*

за придобиване на научната степен “доктор на науките”

в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.6 Информатика и компютърни науки,
научни специалности: 01.01.05 „Диференциални уравнения” и
01.01.13 „Математическо моделиране и приложение на математиката“ към кат.
Математика на Химикотехнологичен и металургичен университет (ХТМУ)

Рецензент: проф. Светослав Маринов Марков, дмн,
Институт по Математика и Информатика на БАН

1. Обща информация за процедурата. Съгласно решение на Научно Жури назначено със заповед Р-ОХ-252/10.06.2011 на Ректора на Химикотехнологичен и металургичен университет (ХТМУ) съм определен за рецензент на дисертационния труд на доц. д-р Гани Трендафилов Стамов на тема *«Почти периодични решения за системи диференциални уравнения и приложения»* за придобиване на научната степен “доктор на науките” в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.6 Информатика и компютърни науки, научни специалности „Диференциални уравнения” и „Математическо моделиране и приложение на математиката“ към катедра Математика на Химикотехнологичен и металургичен университет (ХТМУ). Получените документи и материали във връзка с процедурата по защита на дисертационния труд на доц. д-р Гани Трендафилов Стамов са:

1. Заповед Р-ОХ-252/10.06.2011 на Ректора на Химикотехнологичен и металургичен университет (ХТМУ) за съставяне на научно жури;
2. Дисертационен труд на доц. д-р Гани Трендафилов Стамов;
3. Автореферат на дисертационния труд;

4. Творческа автобиография на доц. д-р Гани Т. Стамов;
5. Диплома за завършено висше образование;
6. Диплома и автореферат на дисертация за ОНС Доктор;
7. Списък на научните трудове по темата на дисертацията;
8. Списък на цитирания;
9. Копия от научните трудове по темата на дисертацията.

2. Кратки биографични данни и характеристика на научните интереси на кандидата. Доц. д-р Гани Трендафилов Стамов е завършил през 1984 г. специалност “Математика” на Пловдивски университет “Паисий Хилендарски” с отличен успех (магистърска степен). От 1990 г. до 2001 г. е последователно асистент, старши асистент и главен асистент в ТУ–София, Инженерно-педагогически факултет (ИПФ)–Сливен. През 1999 год. получава ОНС «Доктор» на ТУ-София. От 2001 год е доцент на ТУ-София, ИПФ–Сливен. През 2002 г. – 2005 г. е доцент по математика в Бургаския Университет „Проф. д-р Асен Златаров“, и Ръководител катедра „Математика“. От 2005 г. досега е Доцент по математика в ТУ–София, ИПФ–Сливен. Чел е и продължава да чете лекции в ТУ–София., ИПФ–Сливен и в Бургаския Университет „Проф. д-р Асен Златаров“ по няколко математически дисциплини. Доц. д-р Гани Стамов е имал един докторант и е участвал в национални проекти.

3. Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите

А. Научна област и актуалност на темата. Относно областта на дисертационния труд и връзката му с научните специалности 01.01.05 „Диференциални уравнения” и 01.01.13 „Математическо моделиране и приложение на математиката“ може да се каже следното. Представеният дисертационен труд е посветен на изследвания за почти периодичност на решения на импулсни диференциални уравнения. По принцип става дума за две самостоятелно развиващи се направления в теорията на диференциалните уравнения имащи общо сечение: а) *почти периодични функции и почти периодичност* на решения на диференциални уравнения и б) диференциални уравнения с *импулсни въздействия*. Рецензираната дисертация съчетава по

естествен начин изследвания и резултати от тези две математически области..
Ще се спра накратко на тези две области, а след това и на връзката между тях.

Диференциални уравнения с импулсни въздействия се разглеждат от петдесетина години насам, като за първоначална се счита работата на В.Д. Милман и А.Д. Мишкис [13] (Мильман, Мышкис, *Сиб. Мат. Ж.*, 1960)*. В тази първа работа на Милман и Мишкис се привеждат дефиниции на системи диференциални уравнения с импулси и са получени първите резултати по устойчивост. След тази работа започва интензивно развитие на теорията на импулсните диференциални уравнения, като в тази област имат принос и наши учени, главно проф. Друми Байнов и негови ученици и сътрудници. Получените резултати са използвани при изследването на модели, изучавани в приложните науки. По темата “impulsive differential equations” в интернет се намират понастоящем голям брой материали, което говори за актуалността на тази тематика. Импулсните диференциални уравнения са практически полезен математически апарат за описание на разнообразни реални процеси и явления, изследвани в научни области като теория на оптималното управление, биология, биомеханика, биотехнология, медицина, електроника, радиотехника, икономика и т. н., при които процеси са налице скокообразни промени на състоянието в дадени моменти от време между интервалите на непрекъснато развитие. Продължителността на тези промени се приема за пренебрежимо малка в сравнение с времетраенето на самия процес, така че е естествено тези промени да се считат за “мигновени”, или “импулсни”, откъдето идва наименованието “импулсни диференциални уравнения”. Така например в математическата биология една система от две или повече биологични популации по правило е подложена на импулсни външни въздействия, поради което нейната динамика се описва удобно с помощта на импулсни диференциални уравнения. Този подход дава възможност за изследвания за устойчивост и управление на тези

(*) Забележка. При цитиране на публикации използвам номерацията им от списъка на литературните източници към дисертацията.

системи. Импулсните диференциални уравнения намират приложение и в теорията на т. нар. невронни мрежи, които могат да търпят кратковременни “импулсни” смущения поради различни превключвания, шумове, електрически импулси по мрежата и др. Математическите модели, базирани на импулсни диференциални уравнения, се задават с помощта на диференциални уравнения и условия за скок. В зависимост от типа на диференциалните уравнения се определя и типът на импулсните диференциални уравнения: импулсни диференциални уравнения, диференциално-диференциални уравнения с постоянно закъснение, интегро-диференциални уравнения, функционално-диференциални уравнения с променливи крайни закъснения, функционално-диференциални уравнения с безкрайни закъснения и др. За съвременната теория на **почти периодичните функции и процеси** може да се каже следното. Тя е свързана с имената на Харалд Бор (Harald August Bohr), Абрам Безикович (Abram Samoilovitch Besicovitch), Саломон Бохнер (Salomon Bochner), Джон фон Нойман (J. von Neumann), и др. автори, които получават първите резултати свързани с почти периодичност на решенията на различни класове диференциални уравнения. Така в своя работа от 1926 год Бор и Нюгебауер [49] дават връзка между почти периодичните функции и диференциалните уравнения като показват, че ограничените решения на системи линейни диференциални уравнения с добавена почти периодична функция в дясната част са също почти периодични. Почти периодични решения на диференциални уравнения са изследвани от С. Бохнер, който въвежда понятието *нормална* непрекъснатата функция, и използва такива функции при някои класове диференциални уравнения. През 1933 г. Андрей Марков [135] намира връзка между съществуването на почти периодични решения и тяхната устойчивост. След тези първи публикации с една пауза от около две десетилетия се появяват нови дефиниции и резултати за почти периодичност свързани с имената на Б. М. Левитан [9, 10], М. А. Красноселски [7], А. С. Безикович [46], А. Финк [81-83], Г. Зайферт [163-165], Т. Йошизава [215-217], В. В. Жиков [224] и др. Въвеждат се и периодичните частично-непрекъснати (на части непрекъснати) функции, като подходящ математически модел на почти периодичните процеси и явления, които се описват чрез импулсни диференциални уравнения. Първи дефиниции и по съществени резултати в тази област могат да се намерят в работите на А. Халанай и Д.

Векслер [91], Н. А. Перестюк, А. М. Самойленко и М. У. Ахметов [2, 3, 16, 19], М. Хекимова и Д. Байнов [94] и др. С въвеждането на периодичните частично-непрекъснати функции се стига постепенно до една естествена “хибридизация” между почти-периодичност и импулсни диференциални уравнения, която е областта на настоящата дисертация. Въпреки че областта “почти-периодичност и импулсни диференциални уравнения” е твърде специализирана, налице е “бум” от публикации в тази област. Това се вижда ако се потърсят материали по темата “impulsive differential equations and almost periodicity” в интернет. Тази актуалност на областта очевидно се дължи на възможността за практически приложения при реални динамични процеси.

Б. Цел и задачи на дисертационния труд. Основната цел на дисертационния труд е задълбочаване на изследванията за почти-периодичност на решения на импулсни диференциални уравнения и системи импулсни диференциални уравнения както и практически приложения на получените резултати при математическото моделиране на реални процеси от областта на биологията, медицината и др.

В. Кратко описание на съдържанието и резултатите в дисертацията. Дисертационният труд на доц. д-р Гани Трендафилов Стамов на тема «Почти периодични решения за системи диференциални уравнения и приложения» съдържа 285 стр и се състои от увод, четири глави, заключение и литература. Дисертационният труд се състои от увод и четири глави.

Първа глава е посветена на фундаменталната теория за импулсни диференциални уравнения, почти периодичните редици и почти периодичните функции. Главата се състои от три параграфа. Параграф 1.1. е посветен на съществуване и единственост на решенията на основни видове импулсни диференциални уравнения. По-подробно описание е дадено на два класа системи импулсни диференциални уравнения, разгледани в дисертационния труд: системи импулсни диференциални уравнения с а) фиксирани моменти на импулсно въздействие, и б) с променливи импулсни въздействия. Основен проблем свързан с тези системи е т. нар. “биене” на решението [21, 41]. Това е случая, когато интегралната крива на дадено решение среща някоя хиперповърхнина няколко или безброй много пъти в различни моменти.

Системите импулсни диференциални уравнения с фиксирани моменти на импулсно въздействие могат да се разглеждат като частен случай на системите с променливи импулсни въздействия. Разгледани са теореми свързани с условия за отсъствие на явлението “биене” продължимост на решенията наляво и надясно, единственост на решенията и представяне на решенията с матрица на Коши. Описани са класовете от частично непрекъснати функции на Ляпунов, които се използват в трета глава на дисертацията. Приведени са основни теореми за сравнение с класове от частично непрекъснати функции на Ляпунов, които се използват в дисертационния труд. Сравнителният метод се състои в изследване на връзките, които съществуват между изходната система и сравнителна система зададена по такъв начин, че от определен вид свойства на сравнителната система да следват съответните свойства на изходната система. Параграф 1.2. е посветен на теорията на почти периодичните редици като от монографията на Самойленко и Перестюк [21] са използвани основните дефиниции и свойства на почти периодичните редици от вектори и реални числа. В Параграф 1.3. се въвеждат почти периодични частично непрекъснати функции и се разглеждат някои техни свойства, които се използват в останалата част от дисертацията.

Втора глава е посветена на достатъчни условия за съществуване и единственост на почти периодични частично непрекъснати решения на системи импулсни диференциални уравнения. Главата се състои от 8 параграфа. Параграф 2.1. разглежда въпроси свързани със съществуване и единственост на почти периодични решения на хиперболични системи импулсни диференциални уравнения с фиксирани моменти на импулсно въздействие. В параграф 2.2 са приведени резултати от изследване за съществуване на почти периодични решения за системи интегро-диференциални уравнения. Параграф 2.3 е посветен на условията за съществуване на почти периодични решения на системи силно смутени импулсни диференциални уравнения. Основните резултати са оформени в Теореми 2.3.9. и 2.3.10. Параграф 2.4. е свързан с почти периодични решения на системи импулсни диференциални уравнения и смущения на линейната част. Основните резултати са оформени в Леми 2.4.1-2.4.7 Теореми: 2.4.7, 2.4.8, 2.4.11. Параграф 2.5. е посветен на почти периодичните решения за силно устойчиви системи импулсни диференциални

уравнения и са изследвани връзките между условията за съществуване на почти периодични решения и силната устойчивост на импулсните уравнения. Използвани са частично непрекъснати функции, които са аналози на функциите на Ляпунов. В доказателството на Теорема 2.5.8, 2.5.13 и 2.5.15 са използвани функции на Ляпунов и доказаните за тях леми. В Параграф 2.6. е разгледана връзката между съществуване на дихотомии и съществуване на почти периодични решения на системи импулсни диференциални уравнения. Параграф 2.7 е посветен на съществуването на отделими решения и условия за съществуване на почти периодичност за системи импулсни диференциални уравнения с променливи импулсни смущения. Параграф 2.8. се отнася до почти периодични решения за системи импулсни диференциални уравнения в Банахови пространства, които са естествено обобщение на абстрактните диференциални уравнения. Теоретичните резултати от втора глава са подкрепени с примерни приложения.

Трета глава е посветена на директния метод на Ляпунов за изследване на съществуването на почти периодичните решения на системи импулсни диференциални уравнения. Главата съдържа пет параграфа. В параграф 3.1 се разглежда въпроса за съществуване на почти периодични частично непрекъснати функции на Ляпунов, както и съществуването и единственост на почти периодичните решения за системи импулсни диференциални уравнения. Възможностите за приложение на получените резултати са показани на примери линейни и слабо нелинейни системи импулсни диференциални уравнения, както и при някои типове системи импулсни диференциални уравнения с фиксирани моменти на импулсно въздействие. Получени са резултати за съществуване на почти периодични решения на слабо смутени импулсни диференциални уравнения, напр. Теорема 3.1.10, 3.1.12, и за (h_0, h) -устойчиви системи импулсни диференциални уравнения, Теорема 3.1.15, 3.1.16. Параграф 3.2. е посветен на сравнителния метод и частично непрекъснатите аналози на функциите на Ляпунов при изследване на съществуването на почти периодични решения за системи импулсни интегро-диференциални уравнения. В Параграф 3.3 са използвани функции Ляпунов за изследване на съществуването на почти периодични решения за системи импулсни диференциални уравнения с променливо закъснение и фиксирани моменти на

импулсно въздействие. Параграф 3.4. е посветен на почти периодичността и функциите на Ляпунов за системи импулсни функционално диференциални уравнения с безкрайно закъснение и фиксирани моменти на импулсно въздействие. В Параграф 3.5. с функции на Ляпунов се изследват за съществуване на почти периодични решения неопределени системи импулсни диференциални уравнения. Използвани са равномерно положително дефинирани матрици, неравенства на Хамилтон-Якоби-Рикати и частично непрекъснати функции на Ляпунов.

В *четвърта глава* получените резултати от предходните глави са приложени за изследване на почти периодичните процеси на математически модели, описвани чрез импулсни диференциални уравнения. Разгледани са приложения в две основни области – популационна динамика и невронни мрежи. Показано е как с помощта на подходящи импулсни въздействия може да се контролира появата на почти периодични повторения на процесите и техните приложения. Главата съдържа три параграфа и е посветена на приложенията на теорията на почти периодичните частично непрекъснати функции при изследване на математически модели от различни явления и динамични процеси. Разгледани са приложения в популационната динамика и невронните мрежи. Целта е да се покаже, че с помощта на подходящи импулсни въздействия може да се управлява появата на почти периодични повторения на съответните динамични процеси. В параграф 4.1 се изследват импулсни диференциални уравнения със закъснения от вида на Ласота-Важевска, които се използват за моделиране и управление в биологични процеси. Получени са резултати за съществуване на почти периодични частично непрекъснати решения, резултати за съществуване и асимптотична устойчивост на почти периодичните решения при математическото моделиране на хематопоеза, за съществуването на почти периодични решения при системи импулсни логаритмични биологични модели със закъснения. Параграф 4.2 е посветен на приложението на теорията на частично непрекъснатите почти периодични функции в изучаването на моделите от популационната динамика, като в това число: а) импулсни Лотка-Волтера системи; б) неавтономни n -мерни импулсни Лотка-Волтера системи с дисперсия; в) импулсни Лотка-Волтера системи с безкрайни закъснения. В параграф 4.3 са разгледани въпроси за

съществуване и свойства на почти периодичните решения на импулсни невронни мрежи. Разгледани са импулсни невронни мрежи от вида на Хорфилд, импулсни невронни мрежи със закъснения и импулсни невронни мрежи от общ вид.

4. Характеристика и оценка на приносите в дисертационния труд.

Основните приноси на автора на дисертационния труд са в глави 2, 3 и 4. В настоящия дисертационен труд са обобщени и систематизирани получени основни теоретични резултати на автора, свързани с приложението на почти периодичните функции при моделиране и изследване на съществуване, устойчивост и ограниченост на почти периодични импулсни системи диференциални уравнения. По-конкретно получени са следните по-важни резултати: А) Разработена е техника за намиране на достатъчни условия за съществуване на почти периодични решения на системи импулсни диференциални уравнения; Б) С използване апаратът на частично непрекъснатите функции на Ляпунов и техниката на Разумихин при работа с почти периодични частично непрекъснати функции са решени редица задачи, свързани с прилагането на директния метод на Ляпунов за различни видове импулсни диференциални уравнения. По тази линия авторът задълбочава изследвания на редица автори работили преди него в областта на дисертацията. Така например, той получава по-силни резултати от тези на А. А. Марков, отнасящи се до връзката между силно устойчивите ограничени решения са и тяхната почти периодичност. Получените теоретични резултати са приложени при изследването на динамиката на редица биологични модели и невронни мрежи. Доказани са теореми за сравнение за частично непрекъснати функции и чрез използване на сравнителния метод и частично непрекъснатите функции на Ляпунов са получени редица достатъчни условия за устойчивост на почти периодичните решения. Показано е как с помощта на подходящи импулсни въздействия може да се управлява устойчивостта на почти периодичните на разглежданите системи. В дисертацията се прави ясен обзор на постигнатите резултати по темата преди тези на автора, което се допълва от изобилната литературна справка, съдържаща 224 заглавия. Дисертационният труд е написан на ясен и разбираем език и е структуриран добре.

5. Мнение за публикациите на дисертанта по темата на дисертационния труд. По темата на дисертацията Доц. д-р Стамов има публикувани общо 32 научни статии като десет (10) от тези научни статии са в списания с импакт фактор (общ IF=9.707). Всички научни статии са публикувани – печатно и електронно на английски език. Двадесет публикации са самостоятелни, а останалите десет са с един или двама съавтори. Налице е достатъчна видимост (апробация) на резултатите на автора в публичното пространство. Самостоятелността на резултатите също така не буди съмнение. Търсачката scHolarindex: <http://interaction.lille.inria.fr/~rousseau/projects/scholarindex/index.cgi> връща на името Gani Stamov следния резултат базиран на двадесет и седем (27) научни статии на автора, видими в интернет:

27 references between 1997 and 2010; 27 references cited (204 citations)

7.56 citations per reference (median=4.00); 7.56 citations per cited reference (median=4.00)

h-index: 7 (a=4.16, m=0.54) g-index: 13

Цитирания. Забелязани са около 50 цитирания.

Автореферат. Авторефератът отразява адекватно основните положения, получените приноси в дисертацията и тяхната апробация. Ясно са очертани приносите на автора в съдържащата се авторска справка.

Критични бележки. Нямам критични бележки по отношение на оформянето, структурата и съдържанието на дисертационния труд.

Заклучение

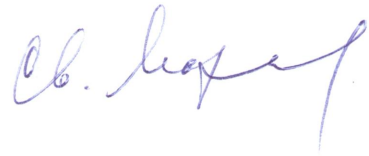
Оценката ми за дисертационния труд, автореферата, научните публикации и научните приноси на доц. д-р Гани Трендафилов Стамов е положителна.

Представеният дисертационният труд на доц. д-р Гани Трендафилов Стамов на тема «Почти периодични решения за системи импулсни диференциални уравнения и приложения» и получените научно-приложни и научни резултати отговаря на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в

Република България, Правилника за Закона за развитие на академичния състав в Република България, и правилника за Закона за развитие на академичния състав в Химикотехнологичен и металургичен университет (ХТМУ). Горното ми дава основание да предложа на членовете на Научното жури да присъдят на доц. д-р Гани Трендафилов Стамов **научната степен “Доктор на науките”** в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.6 Информатика и компютърни науки, научни специалности 01.01.05 „Диференциални уравнения” и 01.01.13 „Математическо моделиране и приложение на математиката“ към катедра Математика на Химико-технологичен и металургичен университет (ХТМУ).

1 Септември 2011, гр. София

С уважение:



(проф. С. Марков)