Р Е Ц Е Н З И Я

от проф. дмн Гани Трендафилов Стамов, ТУ-София

върху дисертационен труд на тема:

“Периодични решения на диференциални уравнения с променлива структура и импулси”;

с автор: гл. ас. Андрей Радославов Антонов;

за придобиване на образователната и научна степен “доктор”;

научна област: 4. Природни науки, математика и информатика;

професионално направление: 4.5 Математика;

научна специалност: Математическо моделиране и приложение на математиката

1. Кратки биографични данни и характеристика на научните интереси на кандидата.

Г-н Андрей Антонов е роден през 1956 г. в София. Завършил е престижната Национална математическа гимназия. Висшето си образование завършва през 1981 г. във Факултета по математика и информатика на СУ - специалност „Математика“, специализация „Алгебра“.

Основната му трудова и професионална дейност обхваща периодите:

1986-1995г. - асистент по математика в Минно-геоложки Университет - София;

1995-2004г. - главен асистент по информатика в Колеж по телекомуникации и пощи – София;

2004 - до сега – главен асистент по математика в ХТМУ (катедра Математика).

Научните му интереси са разнообразни, бих акцентирал на:

- качествена теория на импулсни диференциални уравнения;
- математическо моделиране в популационната динамика с импулсни уравнения
- дискретна математика;
- 3D програмиране и моделиране;
- обучение по математика.

Автор е на двадесетина публикации извън дисертационния труд и на две учебни помагала (едното от които е на немски език и е предназначено за обучение на студентите в ХТМУ).

Участва в няколко научни проекта, част от които имат отношение към темата на дисертационния му труд.

2. **Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите.**

Дисертационният труд е поместен на 125 стандартни страници. Състои се от увод, две глави (първата от тях съдържа четири параграфа, а втората – три параграфа), заключение, декларация и библиография от 313 източника. В дисертацията са използвани 12 фигури.

Първата глава има спомагателен характер. Основен обект на изследване в главата са автономни системи диференциални уравнения (без импулси). Въведени са няколко понятия, които играят важна роля в изследванията на автора. Нека във фазовото пространство G на системата е зададено непразно множество Φ. Ще казваме, че това множество е положително достижимо, ако съществува начална точка $x_0 \in G \setminus \Phi$ и положителна константа θ, такива, че решението $x(t; x_0)$ на автономната система с начална точка x_0 удовлетворява съотношението $x(\theta; x_0) \in \Phi$. Точката x_0 се нарича начална точка на положителна достижимост, а множеството X_0^+ от всички такива точки – начално множество на положителна достижимост. Функцията $\Theta^+ : X_0^+ \to R^+$, която на всяка начална точка на положителна достижимост x_0 съпоставя константата θ (описана по-горе), се нарича функция на положителна достижимост. По аналогичен начин се въвеждат и термините: множество на отрицателна достижимост, начално множество на отрицателна достижимост X_0^- и функция на отрицателна достижимост Θ^-. Основните резултати в началната глава се отнасят до изясняване на някои топологични свойства на описаните по-горе обекти. По-конкретно намерени са достатъчни условия, гарантиращи, че:

- множествата X_0^+ и X_0^- са непразни и отворени;
- множеството $X_0^+ \cup X_0^- \cup \Phi$ е отворено и свързано;
- функциите Θ^+ и Θ^- са непрекъснати и ограничени.

Ако всяка точка от фазовото пространство на разглежданата автономна система е точка на положителна (отрицателна) достижимост, то Φ се нарича множество на тотална достижимост. В първата глава са посочени условия, при които дадено множество Φ е тотално достижимо.

Основен обект на изследване във втората глава са системи диференциални уравнения с променлива структура и импулсни въздействия. Моментите $\tau_1, \tau_2, \ldots$ на смяна на дясната страна и импулсни въздействия съвпадат с моментите на среща на траекторията на системата с предварително фиксирани множества $\Phi_1, \Phi_2, \ldots$, разположени в множеството G. Тези множества се наричат превключващи и са специфични за всяка дясна страна. Основните резултати в главата (разбира се и в дисертацията) са следните. Намерени са условия за:

- продължимост на решенията на системите диференциални уравнения с променлива структура и импулсни въздействия до безкрайност, т.е. условия, при които е изпълнено $\lim_{i\to\infty} \tau_i = \infty$;
- непрекъсната зависимост на решенията относно началното условие и десните страни;
- съществуване на поне едно периодично решение.

Последното твърдение е основно в дисертацията и е получено с помощта на класическа теорема за неподвижна точка. По-конкретно, нека началната точка принадлежи на тотално достижимо множество Φ_0. Нека решението е подложено на краен брой (например k на брой) импулсни въздействия и съответни смени на десните страни. Нека след последния момент на превключване τ_k решението не се подлага на смущения и следователно (тъй като Φ_0 е тотално достижимо) съществува момент τ_{k+1}, $\tau_{k+1} > \tau_k$, такъв, че $x\left(\tau_{k+1}; x_0\right) = x_{k+1} \in \Phi_0$. Оказва се, че изображението $x_0 \to x_{k+1}$ е непрекъснато върху Φ_0 и е възможно да се приложи теоремата на L. Brouwer за неподвижната точка. Изводът е, че съществува поне една точка $x_0^* \in \Phi_0$, такава, че $x_0^* = x_{k+1}$, откъдето, при няколко допълнителни тривиални ограничения, заключаваме, че решението $x\left(t; x_0^*\right)$ е периодично с период τ_{k+1}.

Важна особеност на дисертационния труд са редица моделни примери, които надеждно илюстрират резултатите на автора. Самите примери са оригинални обобщения на класически модели от популационната динамика, теорията на автоматичните регулатори и др. Приложните резултати представляват самостоятелен интерес.

В хода на изследванията в дисертационния труд са въведени няколко нови математически понятия, които могат да са предмет на бъдещи изследвания на дисертанта. Ще посоча едно от тези понятия: k-изпъкналост на множества. Това е такова множество от R^n, за което е валидно свойството: всеки две негови точки можем да свържем с начупена линия, състояща се най-много от k на брой звена и която принадлежи на коментираното множество.

Определянето на k-изпъкналите множества и намиране на константата k (или на нейни оценки отгоре) е интересна математическа задача. Авторът е показал, че задачата има не само математическа стойност, но и практическа. За някои конкретни случаи, необходими в провежданите изследвания. г-н А. Антонов е получил споменатите по-горе оценки.

В резюме, основният резултат в дисертационния труд е намиране на достатъчни условия за съществуване на поне едно периодично решение на системи диференциални уравнения с променлива структура и импулси. Напълно съм убеден, че резултатите удовлетворяват изискванията за придобиване на образователната и научна степен "доктор".

3. Оценка на съответствието между автореферата и дисертационния труд.

Авторефератът е изключително подробен и обхваща всички:

- дефиниции и нови понятия в дисертацията;
- формулировките на основните задачи, обекти на изследване в дисертацията;
- условията и ограниченията, при които се осъществяват изследванията;
- основните резултати (теореми);
- основните приложения (моделни примери);
- основните изводи;
- пълен списък на библиографията;
- заключението на дисертационния труд.

Убеден съм, че авторефератът напълно и обективно отразява дисертационния труд.

4. Характеристика и оценка на приносите в дисертационния труд.

Изследванията в рецензирания дисертационен труд бих характеризирал и оценил както следва:

1. Изучава се сравнително нов тип диференциални уравнения: с прекъсната дясна страна и импулсни въздействия. В такъв смисъл, резултатите, представени в дисертацията, са пионерни;
2. Резултатите обогатяват познанията върху качествената теория (съществуване на периодични решения) на специален клас диференциални уравнения;

3. Получените резултати може да се прилагат успешно при изследване на поведението на решенията на различни моделни уравнения от популационната динамика, теория на автоматичното регулиране и др, чрез които се описват процеси, които “скокообразно” изменят състоянието си.

4. Мнение за публикациите на дисертанта по темата на дисертационния труд.

По темата на дисертационния труд дисертантът участва с две публикации в авторитетни международни реферирани научни списания:

- *American J. of Applied Mathematics;*
- *German J. of Advanced Mathematical Sciences.*

Двете статии са в съавторство. Считам, че представените публикации напълно удовлетворяват изискванията за придобиване на образователната и научна степен”доктор”, разписани в чл. 11 (4) от Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ.

Още две статии са в процес на публикуване съответно в списанията:

- *Mathematical Sciences Letters;*
- *Applied Mathematics & Information Sciences (IF: 0,731).*

На базата на публикуваните научни статии са проведени изследванията в първи и втори параграф от дисертацията. Резултатите в следващите два параграфа са в процес на публикуване в посочените по-горе списания. Изследванията в останалите параграфи на дисертацията се публикуват за първи път в нея.

Известни са ми две цитирания на научни трудове на г-н А. Антонов, свързани с дисертацията. Би могло да се очакват още цитирания, тъй като трудовете са сравнително нови - публикувани са през миналата година.

5. Критични бележки и коментари.

Нямам критични бележки.

Представената от докторанта теза е интересна и дава възможности за редица продължения на изследванията. Позволявам си да направя следните няколко предложения:

1. Ясно е (от направените доказателства на основните теореми в глава 2), че за различни начални точки $x_0 \in \Phi_0$, съответната точка $x(\tau_{k+1}; x_0) = x_{k+1} \in \Phi_0$ се достига за интервали от време с различна продължителност, т.е. изпълнено

е $\tau_{k+1} = \tau_{k+1}(x_0)$. Естествен е въпросът за типа зависимост на момента τ_{k+1} от началната точка x_0. По-конкретно: при какви условия функцията $\tau_{k+1} = \tau_{k+1}(x_0)$ е непрекъсната или диференцируема относно $x_0 \in \Phi_0$? Следващата стъпка на тези изследвания е да се намери системата диференциални уравнения, която удовлетворява тази функция – така наречената система във вариации. Получените резултати би трябвало да се прехвърлят като специфични качества на периода на периодичното решение.

2. Не е трудно да се забележи, че интервалът от време τ_{k+1}, описан в предходното предложение, зависи от множествата на превключване Φ_1, $\Phi_2, \ldots$ (респективно функциите на превключване $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$). Важно е (от практическа гледна точка) да се изясни въпросът за зависимостта на τ_{k+1} от множествата на превключване. По-точно, при какви условия "малки смущения" в превключващите множества (превключващите функции) ще доведат до "малки смущения" във времето τ_{k+1}?
3. Съчетаването на резултатите от предходните две предложения ще отговори на въпроса: При какви условия "малки пермутации" в превключващите множества не променят съществено периода на периодичното решение?

6. Лични впечатления за дисертанта.

Познавам г-н А. Антонов от преди десетина години, когато за първи път участвахме заедно в организирането и провеждането на поредица от математически колоквиуми по диференциални уравнения и математическо моделиране в Технически университет, филиал Пловдив. Личното ми мнение за него е, че той е любознателен и прецизен математик. С колегите си той е вежлив и коректен.

7. Заключение.

Въз основа на запознаването ми с представените научни трудове, тяхната значимост, съдържащите се в тях научни и научноприложни приноси, намирам за основателно да заявя, че становището ми, относно придобиването на образователната и научна степен "доктор" по:

област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

професионално направление: 4.5. Математика;

научната специалност: Математическо моделиране и приложение на математиката

от гл. ас. Андрей Радославов Антонов, е **положително**.

24. 02. 2014 г.

Член на журито:.................................

(проф. Г. Стамов)