

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд

за придобиване на образователна и научна степен „доктор” в:

област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Научна специалност: Диференциални уравнения

Автор: гл.ас. **Димитър Стойков Стойков**;

Тема: **Метод на граничните уравнения за устойчивост на импулсни диференциални уравнения**

Научни ръководители: доц. д-р Светослав Ненов,

доц. д-р Катя Дишлиева;

Рецензент: проф. дмн Гани Стамов

1. Предмет на рецензиране

Представените материали за рецензиране съдържат:

1. Дисертационен труд;
2. Автореферат на дисертацията;
3. Автобиография;
4. Копия на научните трудове по дисертационния труд.

2. Актуалност на проблема

Намесата на човека в развитието на редица динамични процеси обикновено има дискретен характер или по-точно се осъществява за период от време, който сравнен с общата продължителност на тези процеси, може да се приеме, че е с пренебрежима продължителност. С

други думи, намесата (въздействието) на човека върху природата или в инженерната практика (и в много други случаи) често е "мигновена". Може да се каже, че се осъществява под формата на импулси. Такива ситуации се наблюдават:

- при отнемане на биомаса от биологични системи;
- при шоково изменение на затворени пазари;
- при кратковременно включване на двигатели при летателни апарати и др.

Както редица изследователи отбелязват, импулсните диференциални уравнения са подходящ математически апарат за описание и моделиране на такива процеси. Тази причина обуславя интензивното развитие на фундаменталната и качествена теория на импулсните диференциални уравнения. Точно такива уравнения са обект на изследване в представената ми за рецензиране дисертация.

Математическата теория на системите диференциални уравнения с импулси, решенията на които в определени моменти се изменят скокообразно, се развива в две основни направления.

Едното от тях е развито в работите на С. Завалицин, А. Сесекин, С. Дрозденко и др. В това направление се използват обобщени функции за описание на импулсните въздействия. Характерно за този тип задачи е, че моментите на импулсните въздействия са предварително зададени.

Началото на второто направление в изучаването на „скокообразни“ процеси е поставено от В. Мильман и А. Мишкис през 60-те години на миналия век. Получени са първите резултати за устойчивост на решенията на такива системи. По-късно тази математическа теория се развива от редица украински и руски математици, сред които са А. Самойленко, Н. Перестюк, В. Плотников и др. Към това направление принадлежи и разглежданият дисертационен труд.

В следващата таблица са посочени две от водещите списания по нелинейни диференциални уравнения от престижното издателство Elsevier. Показани са няколко публикации, посветени на импулсните диференциални

уравнения, които са сред трите най-цитирани публикации от съответното списание през предходните пет години. Показано е мястото на тези публикации в тройката на най-цитираните статии и броят на цитиранията им.

списание	IF	място в тройката	статия	цитирания
Nonlinear analysis: HS	1,513	1	Ahmad B., Sivasundaram S., Existence results for nonlinear impulsive hybrid boundary value problems involving fractional differential equations, Nonlinear analysis: HS, Vol. 3, Issue 3, (2009), 251-258	63
Nonlinear analysis: HS	1,513	2	Ahmad B., Sivasundaram S., Existence of solution for impulsive boundary value problems of fractional order, Nonlinear analysis: HS, Vol. 4, Issue 1, (2010), 134-141	52
Nonlinear analysis: RWA	2,201	1	Nieto J., O'Regan D., Variational approach to impulsive differential equations, Nonlinear analysis: RWA, Vol. 10, Issue 2, (2009), 680-690	171

Представената таблица ни дава основание да считаме, че импулсните уравнения са модерна и важна област в съвременните изследвания на специалистите по диференциални уравнения.

Методът на граничните уравнения е също актуален метод за изследване на качествата на решенията на неавтономни диференциални уравнения. Създаден е от G. Sell през 1967 г. Тъй като разглежданията в дисертационния труд се основават на този метод ще посочим най-важните понятия от него:

-Транслация на дадена функция: Нека функцията $f: R^+ \times D \rightarrow R^n$. За всяка положителна константа θ дефинираме функцията $f_\theta(t, x) = f(t + \theta, x)$, $(t, x) \in R^+ \times D$, която се нарича транслация на изходната функция f с константа θ .

- Гранична функция: Нека съществува редица от положителни числа $\{\theta_i\}$ такава, че: $\lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i = \infty$ и $\lim_{i \rightarrow \infty} f_{\theta_i}(t, x) = f^*(t, x)$, $(t, x) \in R^+ \times D$, където сходимостта

е в смисъл на Bohr. Тогава функцията f^* се нарича гранична функция за f .

Гранично уравнение: Да разгледаме неавтономното уравнение

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x). \text{ Всяко едно от уравненията } \frac{dx}{dt} = f^*(t, x) \text{ се нарича гранично}$$

уравнение (limiting equation) за изходното уравнение.

Същността на метода на граничните уравнения се състои в намиране на връзка между качествата на решенията на изходното уравнение и решенията на съответните гранични уравнения. В дисертацията методът на граничните уравнения е приложен за специален клас импулсни диференциални уравнения.

3. Обзор на съдържанието и резултатите, получени в дисертационния труд

Дисертационният труд е структуриран в увод, две глави (съдържащи общо 6 параграфа), библиография, заключение и списък на публикациите по темата с общ обем от 122 стр. Списъкът от цитираната литература (234 заглавия на статии и монографии) е изключително пълен и може да служи като справочник за публикациите по темата.

Разглеждат се системи неавтономни диференциални уравнения с нефиксирани моменти на импулсни въздействия. При всяка от тези системи импулсните моменти съвпадат с моментите на срещи на съответната интегралната крива с така наречените импулсни хиперповърхнини.

В първия параграф на глава 1 са намерени достатъчни условия за отсъствие на явлението „биене“, неограниченост на импулсните моменти и продължимост на решенията на споменатите по-горе системи. В следващия параграф са дадени дефиниции за непрекъсната зависимост на решенията на съответните начални задачи от началното условие и от дясната страна на системата. Формулирани са достатъчни условия за непрекъсната зависимост както на ненулевите, така и на нулевото решение на разглежданата система. По-нататък е изследван математически модел на

съобщество от тип хищник-жертва, подложен на кратковременни отнемания на биомаса.

Резултатите, постигнати в глава 2, са основни за дисертационния труд. В параграф 4 са дефинирани редица нови понятия, от които тук ще посочим тотална устойчивост на решенията на импулсни системи, независимо от трансляцията на импулсните хиперповърхнини. По-обстойно, разглежда се началната задача:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(t, x), \quad t \neq t_i^\theta(x(t)), \\ x(\tau_i + 0) &= x(\tau_i) + I_{j_i}(x(\tau_i)), \quad \tau_i = t_{j_i}^\theta(x(\tau_i)), \\ x(t_0) &= x_0,\end{aligned}$$

където: дясната страна на системата $f: R^+ \times G \rightarrow R^n$, фазовото пространство G е област от R^n , импулсните хиперповърхнини имат уравнения $t = t_i(x)$, $t_i: G \rightarrow R^+$, транслираните импулсни хиперповърхнини имат уравнения $t = t_i^\theta(x) = t_i(x) + \theta$, $i = 1, 2, \dots$, θ е произволна положителна константа; импулсните функции $I_{j_i}: G \rightarrow R^n$; j_i е номерът на хиперповърхнината, която интегралната крива $(t, x(t))$ среща в импулсния момент t_i (в общия случай имаме $j_i \neq i$). Ако решението на горната начална задача е устойчиво при всеки избор на началната точка $x_0 \in G$ и при всяка положителна константа θ , ще казваме, че решението е тотално устойчиво независимо от трансляцията на импулсните хиперповърхнини

Намерени са достатъчни условия, при които от тотална устойчивост, независимо от трансляцията на импулсните хиперповърхнини, на произволно гранично уравнение следва тотална устойчивост на изходното импулсно уравнение.

Обратното, в параграф 5 са намерени достатъчни условия, при които от тотална устойчивост, независимо от трансляцията на импулсните хиперповърхнини на изходното импулсно уравнение, следва тотална устойчивост на съответните гранични уравнения.

В параграф 6 са продължени изследванията на модела от параграф 3 с помощта на метода на граничните уравнения. Получени са условия, гарантиращи тотална устойчивост на съобщество от тип хищник-жертва относно началните количества на биомасата на двата вида.

4. Характеристика и оценка на приносите в дисертационния труд

Получените резултати допълват качествената теория на импулсните диференциални уравнения. Посочен е сравнително широк клас от импулсни уравнения, за който методът на граничните уравнения е приложим.

5. Мнение за публикациите на дисертанта по темата на дисертационния труд

По темата на дисертационния труд докторантът има 3 публикации в международни списания. Една от тях е самостоятелна и е публикувана в списанието *Mathematica Balkanica*. Останалите две статии са в съавторство с проф. А. Дишлиев и са публикувани в списанието *International J. of Differential Equations and Applications*.

Броят на публикациите надхвърля минималните изисквания, посочени в Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ (виж чл. 11 ал. 4).

Публикациите по дисертационния труд са цитирани два пъти. Единият от цитатите е в монографията

Dishliev A., Dishlieva K., Nenov S., Specific asymptotic properties of the solutions of impulsive differential equations. Methods and applications, Academic publications, (2012).

Другият цитат е от украински математици в работата

Gladilina R., Ignatyev A., Necessary and sufficient stability conditions for invariant sets of nonlinear impulsive systems, International Applied Mechanics, Vol. 44, Issue 2, (2008), 228-237.

6. Оценка на съответствието между автореферата и дисертационния труд.

Авторефератът е поместен на 30 страници и съдържа основните резултати, получени в дисертационния труд. Той отразява достатъчно пълно съдържанието и основните тези в дисертацията.

Основните резултати под формата на теореми са формулирани без доказателствата. Формулирани са всички дефиниции, които са поместени в дисертационния труд. Без съкращения са дадени условията, които са използвани при доказателството на теоремите. Дадени са и основните приложения от дисертационния труд, с което много добре се илюстрират идеите на въведените понятия и практическото използване на получените резултати.

Накратко казано, авторефератът отразява адекватно дисертационния труд.

В заключението са синтезирани основните приноси, като:

1. Основните приноси са правилно подбрани;
2. Ясно са формулирани заслугите на автора.

7. Забележки и препоръки

Нямам критични бележки.

Убеден съм, че докторантът ще продължи изследванията си върху качествената теория на диференциалните уравнения от описания клас. Ще си позволя да направя няколко препоръки, които се отнасят до по-нататъшни изследвания, свързани с метода на граничните уравнения:

1. Интересно за приложенията е да се разгледа дискутираният метод за импулсни диференциални уравнения с фиксирани моменти на импулсно въздействие. Разбира се, този тип уравнения са частен случай на разглежданите в дисертационния труд уравнения, но имат сериозни приложения. В този случай част от условията ще се съкратят или ще придобият по-лека форма и по-широка обхватност. Възможно е да се

въведат нови видове устойчивост за уравненията с фиксирани моменти на импулсни въздействия.

2. За предложената по-горе модификация на метода на граничните уравнения е задължително да се посочат конкретни моделни примери (не само от популационната динамика).

3. Естествено е да се постави въпросът за достатъчни условия, които гарантират устойчивост на решенията на разглеждания клас импулсни системи, независимо от транслагациите на импулсните хиперповърхнини. На мен ми се струва, че за да се постигнат тези резултати е необходимо да се изисква по-силна устойчивост на уравнението без импулси. Трябва да се отговори на следните въпроси:

- Ако изходното уравнение е Липшицово устойчиво, то следва ли, че уравнението с импулси от разглеждания клас е устойчиво (в някакъв смисъл) независимо от транслагациите на импулсните хиперповърхнини? Какви допълнителни условия трябва да се наложат на изследваните обекти?

- Ако отговорът на горния въпрос е утвърдителен, да се постави аналогичен въпрос за асимптотичната устойчивост на изходното уравнение без импулси.

- Ако отговорът и на последния въпрос е положителен, да се разгледат уравнения, които притежават гравитиращи решения и да се намерят условия, при които решенията на съответното импулсно уравнение е устойчиво, независимо от транслагациите на импулсните хиперповърхнини.

8. Лични впечатления

Познавам г-н Д. Стойков от преди повече от 15 години, когато съвместно участвахме в организирането на международни конференции по диференциални уравнения и математическо моделиране, които се провеждаха ежегодно в ТУ-София, филиал Пловдив. Той притежава широки и задълбочени познания по математика и в частност по диференциални уравнения. Взискателен е към себе си и е упорит при провеждане на научни

изследвания. Убеден съм, че г-н Д. Стойков е изграден професионалист и е способен да провежда самостоятелни изследвания. Сигурен съм, че той ще продължи научната си кариера и ще постигне нови резултати във фундаменталната и качествена теория на импулсните диференциални уравнения.

Като личност – той е любезен, скромен и доброжелателен. Тези му качества го правят желан и приятен събеседник и колега.

9. Заключение

Представеният дисертационен труд отговаря напълно на изискванията на Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ, който е в съответствие със Закона за развитие на академичния състав в Република България, поради което моята оценка за рецензирания труд е **положителна**.

Постигнатите резултати в дисертацията ми дават основание да предложа на научното жури да присъди образователната и научна степен „доктор” на гл. ас. Димитър Стойков Стойков в:

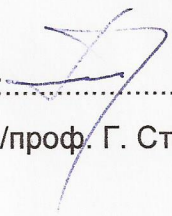
област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

професионално направление :4.5 Математика;

научна специалност: Диференциални уравнения.

26. 02. 2014 г.

София

Подпис: .....
/проф. Г. Стамов/