

Рецензия от проф. д-р Ганчо Тачев Тачев (УАСГ) на  
дисертационния труд :  
"Математическо моделиране чрез диференциални уравнения с  
импулси"  
представен от инж. Ангел Ангелов Дишлиев за придобиване  
на  
научно-образователната степен Доктор

## 1. Общо представяне на дисертационния труд.

Дисертантът инж. Ангел Дишлиев е завършил магистратура по Индустрислен Мениджмънт в ХТМУ през 2012 г. с отличен успех от следването и защитена дипломна работа с успех 6.00. След това завършва докторантурата в катедра Математика при департамента по физикоматематически и технически науки при ХТМУ с научни ръководители проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев и доц. д-р Светослав Иванов Ненов. От приложените документи е видно, че инж. Дишлиев е положил успешно всички изпити по време на докторантурата. Приложените документи са в съответствие с вътрешния правилник на ХТМУ за присъждане на научно-образователни степени.

Дисертационният труд се състои от увод и четири глави, с обем от 159 страници текст, съдържание и библиография от 283 заглавия. Най-общо казано в дисертацията се изучават някои системи (автономни и неавтономни) диференциални уравнения. Най-съществена особеност на тези диференциални уравнения е наличието на импулсни въздействия. Основните цели и постигнатите резултати в дисертационния труд са свързани с адекватно описание с помощта на този клас диференциални уранения на динамиката на няколко типа процеси, които са подложени на дискретни външни интервенции и смяна на скоростта на развитие. Ще се спра накратко на основните резултати в съответните глави.

**В Глава 1** обект на изследване са системи нелинейни автономни диференциални уравнения с променлива дясна страна и импулсни въздействия. Решенията на такъв вид системи са частично непрекъснати функции. Моментите на прекъсване на решениета  $t_1, t_2, \dots$  се наричат превключватели и съвпадат с моментите на смяна на дясната страна на системата. В тези моменти траекторията на съответната начальная задача анулира последователно

всяка една от предварително зададени превключващи функции  $\varphi_i : G \rightarrow R$ ,  $G \subset R^n$ -е фазовото пространство на задачата. Системата изглежда така:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f_i(x), \varphi_i(x(t)) \neq 0, t_{i-1} < t < t_i; \\ x(t_i + 0) &= J_i(x(t_i)), \varphi_i(x(t_i)) = 0, i = 1, 2, \dots \\ x(0) &= x_0. \end{aligned}$$

Известно е, че ако за някое начално условие превключващите моменти  $t_i$  притежават точка на сгъстяване, то съответното решение не е продължимо надясно от тази точка. В такъв случай се казва, че решението "загива" поради импулсните въздействия  $J_i$ . В тази глава са намерени достатъчни условия, гарантиращи отсъствие на феномена загиване на решението поради импулсните въздействия, т.е. при посочените условия моментите на превключване за всяко решение не притежават точка на сгъстяване, което се гарантира от

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t_i(x_0) = \infty.$$

Централни резултати в първа глава са Теореми 1.1, 1.2 и 1.3. Те представляват достатъчни условия за липса на точка на сгъстяване на превключващите моменти, изразявани се в разходимостта на определени конкретни числови редове. Тези критерии (достатъчни условия) са лесно проверяеми при условията, наложени в горе-посочените теореми. Получените резултати са приложени върху математически модел на изолирана популация, подложена на мигновени външни въздействия които се състоят или в отнемане или в добавяне на биомаса към разглежданата популация. Въздействията се извършват за кратки периоди от време-скокообразно под формата на импулси. Разгледан е импулсен аналог на уравнението на Gompertz. Основните резултати от първа глава са публикувани в статията Dishlieva, K., Dishliev A. A., Unlimited Moments of Switching for Differential Equations with Variable Structure and Impulses, Advances in Mathematics-Scientific Journal ISSN 1857-8365 (2015), Vol. 4, no. 1, 11-19.

**Глава 2** е посветена на изучаване на различните видове устойчивост на решенията на импулсни нелинейни неавтономни системи диференциални уравнения. Импулсните моменти са произволни, предполагаме единствено, че са последователни, т.е.  $t_0 < t_1 < t_2 < \dots$ . Дефинирани са систематично различните видове устойчивост-устойчивост относно началното условие при фиксирани и при произволни импулсни моменти, равномерна устойчивост при фиксирани и при произволни импулсни моменти, локална и равномерна Липшицова устойчивост и т.н. Основни резултати тук са Теореми 2.1 и 2.2 в които се доказва равномерна устойчивост и локална равномерна Липшицова устойчивост на решението при определени условия. Показано е, че Теорема 2.2 е подходяща за описание на импулсния логистичен модел на Verhulst. При него се разглежда изолирана популация, развиваща се в среда без ограничение на хранителния ресурс. Импулсните отнемания на биомаса се извършват в произволни моменти. Установено е, че за такъв тип модели количеството на биомасата на популацията е равномерно локално Липшицово устойчиво, което означава че "малко изменение" на началното количество на биомасата води до малки изменения на биомасата във всеки момент след началото. Резултатите от тази глава са публикувани в статията Dishlieva K., Dishliev A. A., Stability of Impulsive Differential Equations with Random Impulsive Moments, International J. of Science, Technology and Management, ISSN (online) 2394-1537, (2015), vol. 4, no. 5, 162-172, IDIF 1.011. В online изданието на това списание се вижда, че за 2016 има IF=2.012.

**В Глава 3** се разглеждат различни видове устойчивост на ненулевите решения на нелинейни неавтономни системи диференциални уравнения с променлива структура и импулсни въздействия. Дясните страни са изброймо много и тяхната смяна се извършва полседователно във времето.

Поредната промяна на дясната страна а също така и импулсното въздействие върху решението се извършва в момента, в който решението анулира съответната превключваща функция. Основна теорема в тази глава е Теорема 3.5 която показва че при определени условия, решението на разглежданата начална задача с променлива структура и импулси е асимптотически устойчиво. Резултатите от тази глава са съвсем нови и все още непубликувани, по искам да подчетая факта, че за значимостта и потенциалната приложимост на тези резултати във фармакокинетиката

доказателство е разгледания терапевтичен модел с променлива структура и импулси. Лечението на някои заболявания се осъществява чрез поддържането на оптимална терапевтична лекарствена концентрация в кръвта (плазмата) на пациента. Поддържането на тази концентрация в разглеждания модел става чрез прекъснато (импулсно) подаване на лекарството през определени времеви интервали. В разгледания модел при формулираните ограничения е доказано, че изменението на концентрацията на лекарството е асимптотически устойчиво. Това означава, че ако разгледаме два метода на лечение, за които:

- имат лекарствени концентрации съответно  $C^1(t)$  и  $C^2(t)$ ;
  - провеждат се при едни и същи външни и вътрешни условия;
  - различават се незначително само в началните концентрации  $C_0^1$  и  $C_0^2$  на лекарственото средство
- то в течение на времето концентрациите  $C^1(t)$  и  $C^2(t)$  на двете лечения ще се изравнят, т.е. асимптотически имаме  $\lim_{t \rightarrow \infty} (C^1(t) - C^2(t)) = 0$ .

**Глава 4** е посветена на един клас нелинейни автономни диференциални уравнения с нефиксирани моменти на импулсни въздействия, които съвпадат с моментите, в които интегралната крива на съответната начална задача среща така нареченото бариерно множество  $X^{\min}$ , което съвпада с "бариерна права успоредна на оста на времето.. Намерени са броят на импулсните моменти  $t_i$ , импулсните моменти и големината на импулсните въздействия  $I_i$ , които са оптимални в определен смисъл. Основни резултати в тази глава са Теореми 4.5-4.10 и са публикувани в статията

Dishlieva K., Dishliev A. B., Dishliev A. A., Optimal Impulsive Effects and Maximum Intervals of Existence of the Solutions of Impulsive Differential Equations, in Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, Series B Applications Algorithms, ISSN 1492-8760, (2015), vol. 22, 465-489. Тази публикация е отразена в базата данни на SCOPUS .

Освен теоретичен, получените в тази глава резултати имат и приложен характер, който е разгледан във втори параграф , където е разгледан импулсен математически модел за лечение с оптимално (максимално по продължителност) поддържане на терапевтичната концентрация на лекарството при наличието на ограничен обем от него. Задачата , която е решена се състои в следното:

- определен е броят  $n_{opt}$  на вливания на лекарството,

- намерени са моментите  $t_1, t_2, \dots$  на вливане;
- пресметнати са обемите на всяко вливане  $D_i, i = 1, 2, \dots$ ;
- намерени са стойностите на концентрацията  $C = C^{opt}(t)$  във всеки момент от интервала  $t_0 \leq t \leq t^{max}$ , така че концентрацията на лекарството в кръвта на пациента да е в терапевтични граници за максимално дълъг период от време  $\Delta t = t^{max} - t_0$  до пълното изразходване на лекарството.

## 2. Оценка на структурата и съдържанието на дисертацията.

Вижда се, че дисертантът инж. Ангел Дишлиев е изучил огромна по обем литература и показва едно много добро владене на теоретичния материал. Резултатите и сведенията от увода са получени от други изследователи, както е отбелязъл дисертантът, но те дават възможност за по-нататъшно разбиране на получените резултати в 4-те глави и са написани и структурирани по един достъпен начин и лесен за разбиране и от неспециалисти по диференциални уравнения с импулсни въздействия. Приложен е и списък с основните означения в дисертацията което улеснява читателя.

Както е отбелязано в автореферата, изучаването на "скокообразно"изменящи се динамични процеси е предмет на няколко науки-математика, механика, фармакокинетика, популационна динамика, икономика, теория на управлението и др. Актуалността на изследвания в дисертацията тип уравнения се дължи основно на многобройните техни приложения, т.е мога да обобщя че в дисертацията се съдържат оригинални и нови резултати, които имат не само теоретичен, но най-вече и приложен характер, което е основното достойнство в представения дисертационен труд. Особено значими и с голям потенциал за приложение в лечението на пациенти с най-различни заболявания , при които в дискретни интервали от време се влива в кръвта определен тип лекарства, са резултатите от трета и четвърта глава на дисертацията. Актуалността на такъв тип изследвания е безспорна и считам това за най-голямото достойнство на представения дисертационен труд. Разгледаните и изследвани конкретни модели в дисертацията са изложени най-подробно и в тях се прилагат получените преди това теоретични резултати.

Представените 3 публикации са в реферирани и рецензираны международни списания. Както вече отбелязах, втората статия е с висок импакт фактор, а третата се съдържа в базата публикации на SCOPUS. С това необходимите научно-метрични показатели за получаването на степен "Доктор"са напълно

удовлетворени. Резултатите по дисертацията са докладвани на научни форуми у нас и в чужбина. Публикациите са в съавторство с други математици, но приемам че участието на дисертанта е равностойно. Предполагам, че резултатите от трета глава ще бъдат публикувани в престижни международни списания и ще намерят широк отзив поради актуалността на разглежданата тематика и многобройни приложения във медицината и по специално във фармакокинетиката. Не са ми известни цитирания на публикациите в дисертацията, но поради факта че те са от 2015 г. такива несъмнено се очакват в бъдеще.

### **3. Критики и препоръки**

По същество нямам критични забележки относно съдържанието на предложения дисертационен труд. Запознах се с дисертанта инж. Ангел Дишлиев по време на предзащитата на дисертацията на 1.03.2017 г. Бих отправил само препоръка относно начина на устното изложение на получените резултати- да не се излагат с пълни подробности съответните резултати, а да се акцентира на новите и оригинални идеи и най-вече на потенциалните приложения на разглежданите конкретни модели, което безспорно е най-голямото достойнство на дисертацията. Би било добре да се спомене и ако дисерантът е подобрил аналогични резултати, получени в миналото от други математици, разбира се ако има такива.

### **4. Заключение.**

Както вече отбелязах в дисертацията са получени многобройни както теоретични така и с приложен характер резултати. Те надхвърлят обичайните изисквания към една стандартна дисертация за присъждане на степента "доктор". Поради безспорната си актуалност и приложения в много научни направления, очаквам авторът на предложения дисертационен труд да продължи тези изследвания и да получи много нови и интересни резултати по изследваната тематика-било като преподавател в системата на висшето образование, или като изследовател в индустриалния мениджмънт. Родителите на дисертанта- доц. д-р Катя Дишлиева и проф. д-р Ангел Дишлиев са изгънати специалисти с многобройни резултати в теорията на диференциалните уравнения и математическо моделиране и несъмнено са оказали благотворно влияние върху математическата подготовка и мотивацията на техния син-инж. Ангел Дишлиев да подготви представения дисертационен труд. За мен - макар и не тесен специалист по диференциални уравнения с

импулсни въздействия, бе истинско удоволствие да се запозная с получените резултати.

Всичко написано дотук ми дава основание да препоръчам на уважаемото научно жури да присъди на инж. Ангел Ангелов Дишлиев образователната и научна степен "Доктор"

, което той напълно заслужава. Давам много висока оценка на получените резултати и очаквам и в бъдеще нови и оригинални резултати от този млад и талантлив изследовател.

10.04.2017

Изготвил рецензията:.....  
(проф. д-р Ганчо Тачев Тачев)