

от доц. д-р Николай Китанов, Югозападен университет „Неофит Рилски“

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен „доктор“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Докторска програма: Математическо моделиране и приложение на математиката;

Автор на дисертационния труд: инж. Ангел Ангелов Дишлиев, редовен докторант към катедра Математика на ХТМУ – София

Тема: Математическо моделиране чрез диференциални уравнения с импулси;

Научни ръководители: проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев и доц. д-р Светослав Иванов Ненов

1. Общо представяне на процедурата

Със заповед № Р-ОХ 123 от 16.03. 2017 г. на Ректора на ХТМУ съм определен за външен член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на описания по-горе дисертационен труд. На първото заседание на журито бях избран да изготвя становище за качествата на дисертационния труд.

Представеният от инж. А. Дишлиев комплект материали на хартиен и електронен носител е в съответствие със Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), както и с Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности (ППНСЗД) в ХТМУ - виж чл. 24 (1). Докторантът е приложил 3 броя публикации по темата на дисертационния труд. Ще изразя своята удовлетвореност за акуратната подготовка на документите, което в значителна степен облекчава работата на членовете на научното жури.

2. Актуалност на темата на дисертационния труд

В дисертационния труд се изучават качествени свойства (по-точно непрекъснатата зависимост и устойчивост) на решенията на диференциални уравнения с променлива структура и импулсни въздействия. Моментите, в които се сменя дясната страна на изучаваната система и моментите, в които се осъществяват “импулсни премествания” на траекторията на съответната задача, съвпадат. Те се наричат моменти на превключване. Изучаването и съчетаването (при моделирането на различни процеси) на тези два типа диференциални уравнения: от една страна, уравненията с променлива структура (в литературата са известни още като уравнения с прекъсната дясна част) и от друга страна уравненията с импулсни въздействия представлява основната цел в дисертацията.

Най-общо казано, с помощта на уравненията с променлива структура се описват и изучават динамични процеси, които по време на своето развитие рязко, “мигновено” сменят **посоката** на своето развитие. Приложенията на този тип диференциални уравнения са предимно в теорията на управлението. С тяхна помощ се моделират:

- движение на тела във флуид при включване и изключване на двигател;
- движение на тела при преминаване от флуид с дадена плътност във флуид с друга плътност;

- изменението на скоростта на химични реакции след добавяне или отнемане на катализатори и др.

С помощта на импулсните уравнения се изследват процеси, които по време на своето развитие "скокообразно" изменят **състоянието** си. Импулсните уравнения се използват най-често при описание и изучаване на развитието на биологични видове, подложени на дискретни външни въздействия. При тези въздействия се отнема и в по-редки случаи добавя определени количества биомаса. С помощта на импулсни уравнения се моделира:

- действието на амортизатор, подложен на ударни въздействия;
- колебанията на системи от махала при наличие на външни импулсни смущения;
- ударен модел на часовников механизъм;
- затихващ осцилатор, подложен на импулсни въздействия;
- смущения в клетъчни невронни мрежи;
- процеси във фармакокинетиката и епидемиологията;
- „шокови“ изменения на цените на затворените пазари и др.

Определено считам, че темата на дисертацията е актуална и с големи възможности за приложения (които между впрочем са показани от докторанта).

3. Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите

Дисертационният труд е в обем от 159 страници. Материалът е разпределен в увод и четири глави. Библиографията съдържа 283 литературни източника.

Условно, постигнатото в дисертационния труд, можем да разделим на две части: теоретични резултати и математическо моделиране.

Теоретични резултати: В дисертационния труд са въведени и се изследват начални задачи за следните типове диференциални уравнения:

- **Първи тип:** диференциални уравнения с променлива структура и импулсни въздействия, които се осъществяват в моментите, в които траекторията (интегралната крива) достигне предварително определени множества във фазовото (разширеното фазово) пространство на уравнението;
- **Втори тип:** диференциални уравнения с импулсни въздействия, които се осъществяват в произволни моменти;
- **Трети тип:** диференциални уравнения с оптимални импулсни моменти и въздействия.

Основните резултати са както следва:

В първа глава за уравненията от първи тип са намерени достатъчни условия за вибриране на решенията. Това означава, че моментите на превключване не притежават точка на съгъстяване. Това спомага за намирането на тривиални условия за продължимост до безкрайност на решенията на този тип уравнения. Резултатите са получени чрез намиране на оценки отдолу на разликата на два последователни момента на превключване

Във втора глава за решенията на уравненията от втория тип са намерени достатъчни условия за равномерна устойчивост и локална равномерна Липшицова устойчивост. Разбира се, основните проблеми тук възникват от нерегламентиран характер на моментите на импулсни въздействия. Изследванията на такива уравнения тепърва ще се развиват. Тук авторът находчиво е изисквал десните страни на такива

уравнения да притежават липшицовост по втория аргумент, като константата на Липшиц е заменена с функция. Тази положителна функция (на Липшиц) е интегрируема в неограничени граници (в частност притежава ограничен интеграл). Освен това импулсните въздействия също са липшицови, като редът от константите на Липшиц (за тези последователни въздействия) е сходящ. Тези условия са силно ограничителни и балансират произволния характер на превключващите моменти. Възниква въпросът дали е възможно тези изисквания към параметрите на уравненията да се заместят със изисквания към решенията на съответните уравнения без импулси? Например, да се изисква устойчивост на гладките (без прекъсвания) решения от по-висок порядък (конкретно - експоненциална устойчивост или липшицова устойчивост).

В третата глава се изследват качествата на решенията на уравненията от втори тип. Намерени са достатъчни условия при които, ако ненулевите решения на съставните уравнения са експоненциално устойчиви, то ненулевите решения на уравненията от втория тип са асимптотически устойчиви. Основните трудности при изследванията са свързани с променливите превключващи моменти на ненулевите решения. Оказва се, че различните решения (решенията за различни начални точки) притежават различни превключващи моменти, т.е. ако x_0 и y_0 са начални точки от фазовото пространство G и $x_0 \neq y_0$, то съответните превключващи моменти $\{t_1(x_0), t_2(x_0), \dots\}$ и $\{t_1(y_0), t_2(y_0), \dots\}$ са също различни. Следователно в интервалите с краища моментите $t_i(x_0)$ и $t_i(y_0)$, $i=1, 2, \dots$, двете решения са подложени на различен брой импулсни въздействия. Така установяваме, че тяхната разлика е от порядъка на големината на импулсните въздействия. Това означава, че не може да се очаква различните решения в оказаните интервали да се различават „малко“, т.е. несъществено. Тези различия се отразяват не само на съответните дефиниции за устойчивост, но (което е по-важно) в тези интервали

$$(t_i^{\min}, t_i^{\max}), \text{ където } t_i^{\min} = \min\{t_i(x_0), t_i(y_0)\}, t_i^{\max} = \max\{t_i(x_0), t_i(y_0)\}$$

решенията се определят от съществено различни десни страни. Затрудненията при изследванията за устойчивост идват и от факта, че тези интервали са безбройно много и $\lim_{i \rightarrow \infty} t_i^{\min} = \infty$.

В четвърта глава се изследват едномерни уравнения от третия тип. Превключващото множество е права, наречена бариерна:

$$\Phi = \{(t, x); t \in R^+, x = \text{const}\},$$

от разширеното фазово пространство. Ако $x(t; t_0, x_0)$ е решението на съответната начална задача, то импулсните моменти $t_1, t_2, \dots$ удовлетворяват равенствата

$$x(t_i; t_0, x_0) = \text{const}, \quad i = 1, 2, \dots$$

За импулсните въздействия $I_1, I_2, \dots, I_k$ са наложени ограниченията:

$$- (\exists I^{\min} = \text{const} > 0) : (\forall i = 1, 2, \dots, k) \Rightarrow (I_i \geq I^{\min});$$

$$- (\exists I_{\Sigma} = \text{const} > 0) : \left(\sum_{i=1, \dots, k} I_i \leq I_{\Sigma} \right).$$

Намерени са броят k въздействия, импулсните моменти $t_1, t_2, \dots, t_k$ и големините на импулсните въздействия $I_1, I_2, \dots, I_k$, така че интервалът $[t_0, t_k]$ да е с максимална дължина.

Математическо моделиране: Важна част от дисертацията представляват приложенията на достигнатите теоретични резултати. Ще подчертая, че разгледаните примери отговарят на следните изисквания:

- Примерите са съществени – представляват модели на динамични процеси от популационната динамика и фармакокинетиката;
- Обобщават и обогатяват известните модели (изследвани от други автори) чрез въвеждане и изучаване на влиянието на:
 - мигновени външни импулсни въздействия върху параметрите на процесите;
 - резки изменения в скоростта на развитието на процесите;
- Проблемите, предложени за изследване от автора в разглежданите модели, практически е невъзможно да бъдат разрешени без получените предварително теоретични резултати.

4. Оценка на съответствието между автореферата и дисертационния труд

Авторефератът заедно с библиографията е поместен на 40 стандартни страници. Съдържа резюме и анализ на всички основни резултати, постигнати в дисертационния труд. Отразява точно и пълно приносите на докторанта. Отчетливо са формулирани поставените цели и конкретни задачи. Основните понятия и твърдения в дисертацията са представени съответно под формата на дефиниции и теореми (без доказателства). Посочени са няколко подходящи и съществени приложения на теоретичните изследвания. По този начин се илюстрират получените твърдения и се дава възможност за допълнително обмисляне на идеите в дисертационния труд.

В заключението се резюмират основните приноси. Посочени са връзките между постигнатото в дисертационния труд и съответните публикации на докторанта.

Ще отбележа, че авторефератът е изготвен съгласно изискванията. Бих добавил, че е подготвен във форма, която позволява на читателя, който не е запознат с дисертацията, да придобие пълна представа за постигнатото в нея.

5. Мнение за публикациите на докторанта по темата на дисертационния труд.

Дисертантът използва три научни публикации при разработването на рецензирания научен труд. Публикувани са в международни научни списания. Бих отделил специално внимание на сериозната по обем и съдържание статия:

Dishlieva K., Dishliev A. B., Dishliev A. A., Optimal Impulsive Effects and Maximum Intervals of Existence of the Solutions of Impulsive Differential Equations, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, Series B Applications & Algorithms, ISSN 1492-8760 (print), 1918 2538 (electronic), (2015), Vol. 22, 465-489.

На нея се основават резултатите в четвърта глава. Работите са съвместни, но не е указано степента на участие на съавторите, поради което приемам, че то е равностойно.

6. Лични впечатления за докторанта

Познавам Ангел Ангелов Дишлиев от международните конференции по математика, провеждани в град Пловдив, преди десетина години. Считам, че е ученолюбив млад учен, с широки интереси в областта на математиката и нейните приложения.

7. Заключение

Получените резултати в дисертационния труд и направените по-горе в становището коментари ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд е посветен на теоретични изследвания върху качествената теория на специален клас диференциални уравнения с променлива структура и импулсни въздействия. Част от тези изследвания са новост, а друга част развиват и обогатяват известни резултати. Изследванията представляват оригинален принос на докторанта и в близко бъдеще могат да предизвикат сериозен научен интерес;
2. Обобщени са редица известни модели от популационната динамика и фармакокинетиката. Формулирани са полезни изводи, които се отнасят за моделираните процеси.
3. Представените в дисертационния труд твърдения са полезни, както за учените, които се занимават с теоретични проблеми в теорията на импулсните уравнения, така и за учените, които прилагат съответни математически методи за решаване на разнообразни конкретни задачи (не само в математиката);
4. Достиженията в дисертационния труд отговарят на изискванията на: ЗРАСРБ; Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и ППНСЗАД в ХТМУ;

Поради посочените по-горе факти оценявам „положително“ изследванията в дисертационния труд.

Предлагам на научното жури да **присъди** образователната и научна степен “доктор” на инж. Ангел Ангелов Дишлиев в:

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Докторска програма: Математическо моделиране и приложение на математиката.

21.03. 2017 г.

Изготвил становището:.....

(доц. Н. Китанов)